

Β' Λυκείου

Διαγώνισμα στη Τριγωνομετρία

Όνοματεπώνυμο :

Ημερομηνία :

Τμήμα :

Θέμα Α (25 Μονάδες)

A1. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία χ ισχύουν τα εξής $\eta\mu^2 \chi + \sigma\upsilon\nu^2 \chi = 1$ και

$$\epsilon\phi\chi = \frac{\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi}.$$

(Μονάδες 10)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές ή με Λ αν είναι λανθασμένες.

1. Αν $\eta\mu\chi = 0$ τότε και $\sigma\upsilon\nu\chi = 0$.
2. Αν $90^\circ < \chi < 180^\circ$ τότε $\eta\mu\chi < \sigma\upsilon\nu\chi$
3. Υπάρχει γωνία ω τέτοια ώστε $\eta\mu\omega = \frac{\pi}{3}$.
4. Αν $0 < \chi < \frac{\pi}{2}$, τότε $\eta\mu\chi = \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 \chi}$.
5. Αν $270^\circ < \chi < 360^\circ$, τότε $\eta\mu\chi > 0$.

(Μονάδες 10)

A3. Να χαρακτηρίσετε την παρακάτω πρόταση ως σωστή ή λανθασμένη:

$$\text{Αν } 90^\circ < \chi < 180^\circ \text{ και } \eta\mu\chi = \frac{3}{5}, \text{ τότε } \sigma\upsilon\nu\chi = -\frac{4}{5}$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 2+3)

Θέμα Β (25 Μονάδες)

B1. Στις παρακάτω προτάσεις, να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει:

- A. $\eta\mu x < -1$ B. $\sigma\upsilon\nu x > 1$ Γ. $-1 \leq \eta\mu x \leq 1$ Δ. κανένα από τα προηγούμενα

2. Αν $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$, τότε η τελική πλευρά της γωνίας θ είναι:

- A. στο 1° τεταρτημόριο B. στο 2° τεταρτημόριο Γ. στο 3° τεταρτημόριο Δ. στο 4° τεταρτημόριο

3. Αν $\kappa = 2\eta\mu x - 5$, τότε η μεγαλύτερη τιμή του κ είναι:

- A. 5 B. -3 Γ. -7 Δ. 10

4. Αν $\epsilon\phi x = \kappa$, τότε το κλάσμα $\frac{1}{1+\kappa^2}$ είναι ίσο με:

- A. $1 - \eta\mu^2 x$ B. $\eta\mu^2 x$ Γ. $\sigma\upsilon\nu^2 x$ Δ. Κανένα από τα προηγούμενα

5. Η γωνία 135° ισούται με :

- A. $\pi/3$ B. $5\pi/6$ Γ. $6\pi/5$ Δ. Κανένα από τα προηγούμενα

(Μονάδες 10)

B2. Αν $\epsilon\phi x = -3$ με $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

(Μονάδες 9)

B3. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας:

α) 1470° β) $\frac{97\pi}{4}$ γ) $\frac{33\pi}{4}$

(Μονάδες 6)

Θέμα Γ (25 Μονάδες)

Γ1. Να αποδείξετε τις παρακάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\Gamma 1. \frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\phi\theta} - \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\epsilon\phi\theta} = \frac{1}{\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta}$$

$$\Gamma 2. \frac{\epsilon\phi^2\theta - 1}{\epsilon\phi^2\theta + 1} = \eta\mu^4\theta - \sigma\upsilon\nu^4\theta$$

$$\Gamma 3. \frac{\eta\mu^3\chi - \sigma\upsilon\nu^3\chi}{1 + \eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi} = \eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi$$

$$\Gamma 4. \epsilon\phi^2\chi - \eta\mu^2\chi = \epsilon\phi^2\chi \cdot \eta\mu^2\chi$$

$$\Gamma 5. \frac{\eta\mu^4\alpha - \sigma\upsilon\nu^4\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha} = 1 + \sigma\upsilon\nu\alpha$$

(Μονάδες 15)

Γ2. Αν $0 < \omega < \pi$ και $K = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}{1 - \sigma\upsilon\nu\omega}$, $\Lambda = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}$, να αποδείξετε ότι $\sqrt{K} - \sqrt{\Lambda} = 2\sigma\phi\omega$

(Μονάδες 10)

Θέμα Δ (25 Μονάδες)

Δ1. Αν $10\pi < 4\chi < 12\pi$, να αποδείξετε ότι $\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi > \epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi$.

(Μονάδες 6)

Δ2. Να αποδείξετε ότι $-\sqrt{5} \leq 2\sigma\upsilon\nu\chi + \eta\mu\chi \leq \sqrt{5}$.

(Μονάδες 9)

Δ3. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει $\chi \in \mathbb{R}$ τέτοιο ώστε $\sigma\upsilon\nu^2\chi - 7\sigma\upsilon\nu\chi + 12 < 0$.

(Μονάδες 5)

Δ4. Αν $\eta\mu^2\theta = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$, να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta$.

(Μονάδες 5)