

**ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ**  
**Β΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ: 29 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2022**  
**1<sup>ο</sup> ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μία συνάρτηση λέγεται λογαριθμική με βάση το  $\alpha$  ;

**Μονάδες 2**

**A2.** Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα των ακέραιων ριζών μιας πολυωνυμικής εξίσωσης.

**Μονάδες 7**

**A3.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ .

**Μονάδες 6**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό (Σ)**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος (Λ)**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$  παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

**β)** Οι γραφικές παραστάσεις των  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  και  $g(x) = 4 \cdot 2^{2x-2}$  είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $y'y$ .

**γ)** Η παράσταση  $A = \sigma\nu\nu^2 x (1 + \sigma\varphi^2 x)$  είναι σταθερή.

**δ)** Η συνάρτηση  $Q(t) = 20e^{\frac{1}{3}t}$  ακολουθεί το νόμο της εκθετικής απόσβεσης.

**ε)** Σε ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  της μορφής  $\begin{cases} y = \lambda_1 x + \mu_1 \\ y = \lambda_2 x + \mu_2 \end{cases}$ , αν  $\lambda_1 = \lambda_2$  και  $\mu_1 = \mu_2$  τότε είναι αδύνατο.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Μία σφαίρα κρέμεται με ένα ελατήριο από το ράφι μιας βιβλιοθήκης που είναι καρφωμένο στο τοίχο. Το ύψος της σφαίρας από το πάτωμα (σε cm) συναρτήσει του χρόνου  $t$  (σε s) δίνεται από τη σχέση:

$$h(t) = a \cdot \sigma\upsilon\nu(2\omega t) + \beta$$

με  $a, \beta \in \mathbb{R}$  και  $\omega > 0$ .

Το ελατήριο ξεκινάει την ταλάντωση του τη χρονική στιγμή  $t = 0$  που η σφαίρα βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της και μετά από 2 s που έχει διενεργήσει μισή ταλάντωση (θέσεις: μέγιστο-ηρεμία-ελάχιστο) βρίσκεται στο ελάχιστο ύψος από το πάτωμα. Το μέγιστο ύψος της σφαίρας από το πάτωμα είναι 50 cm και η διαφορά του με το ελάχιστο ύψος της είναι 20 cm.

**B1.** Να υπολογίσετε την περίοδο  $T$  της συνάρτησης και την τιμή του  $\omega$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Να προσδιορίσετε τις τιμές των  $a$  και  $\beta$  αιτιολογώντας την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

**B3.** Να υπολογίσετε το ύψος της σφαίρας από το πάτωμα 1,5 λεπτό μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

**Μονάδες 6**

**B4.** Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $h(t)$  για  $0 \leq t \leq 12$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (10^{a+1} - 2)x^4 + (23 - 5^{a+2})x^3 + (10^{a+1} - 1)x^2 + (5^{a+1} + 6)x - 8$$

Η διαίρεση του  $P(x)$  με το  $x - 1$  αφήνει υπόλοιπο 18.

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 0$ .

Μονάδες 8

Γ2. Να αποδείξετε ότι το  $Q(x) = 2x - 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

Μονάδες 5

Δίνεται η εξίσωση :

$$17\sigma\varphi^2x - 8(\varepsilon\varphi^2x + \sigma\nu\nu^4x) + \frac{6\sigma\nu\nu^4x - 5}{\eta\mu^2x} = 0 \quad (1)$$

Γ3. Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες έχει νόημα η εξίσωση (1).

Μονάδες 4

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση (1).

Μονάδες 8

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log\left(x - \frac{1}{a^2}\right)$ ,  $a \neq 0$  της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα  $x'$  στο  $2a$ .

Δ1. Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$ .

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $g(x) = f(\log(x - 1))$ .

Μονάδες 5

Δ3. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 4

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση  $16^{f(x)} \cdot e - (4e)^{f(x)} = 12 \cdot e^{2f(x)-1}$

Μονάδες 7

Δ5. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός:

$$κ = f(3) + f\left(\frac{5}{2}\right) + f\left(\frac{7}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{199}{99}\right)$$

είναι ακέραιος.

Μονάδες 4