

**ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ**  
**Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ: 03 ΜΑΪΟΥ 2022**  
**2<sup>ο</sup> ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται  $n$ -οστή ρίζα ενός μη αρνητικού πραγματικού αριθμού  $\alpha$ ;

**Μονάδες 2**

**A2.** Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  να αποδείξετε ότι

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

**Μονάδες 10**

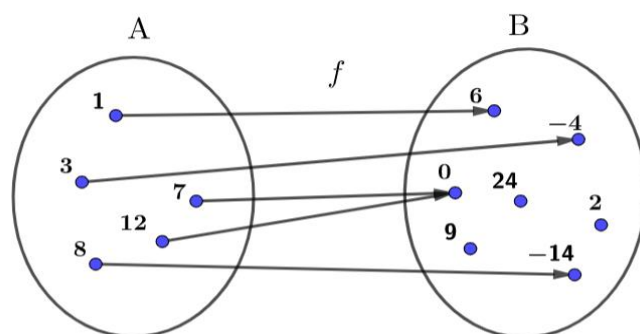
**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό (Σ)**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος (Λ)**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Αν  $x^5 = -32$  τότε η εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την  $x = 2$ .
- β)** Η σχέση  $|x - 2| < |x + 7|$  διαβάζεται λεκτικά ως εξής: «Η απόσταση του αριθμού  $x$  από το 2 είναι μικρότερη της απόστασης του αριθμού  $x$  από το -7».
- γ)** Αν  $\alpha \neq 0$  και  $\beta = 0$ , τότε η  $\alpha x + \beta = 0$  έχει ακριβώς μία λύση.
- δ)** Αν  $\alpha, \beta \geq 0$ , τότε  $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ .
- ε)** Ισχύει η ισότητα  $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2^3} = \sqrt[7]{2^4}$ .

**Μονάδες 10**

**A4.** Έστω η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  που παριστάνεται με το παρακάτω βελοδιάγραμμα. Να βρείτε:

- α)** το πεδίο ορισμού της  $f$
- β)** τα  $f(3)$ ,  $f(7)$ ,  $f(12)$ .
- γ)** το σύνολο τιμών της



**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Β**

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = (\mu + 1)x^2 - (\mu + 2)x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$

**B1.** Να δείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του  $\mu$ , η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0, 1)$ .

**Μονάδες 5**

**B2.** Να βρείτε τις τιμές του  $\mu$ , ώστε η εξίσωση  $f(x) = 0$  να είναι 2<sup>ου</sup> βαθμού.

**Μονάδες 6**

**B3.** Αν η συνάρτηση έχει μοναδική απλή ρίζα, να βρείτε την τιμή του  $\mu$  και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

**Μονάδες 7**

**B4.** Αν η συνάρτηση  $f$  έχει δύο ρίζες αντίστροφες, να αποδείξετε ότι γράφεται

$$f(x) = (x - 1)^2$$

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται σημείο  $M(|x - 1| - 2, x^2 - 5x + 4)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να βρείτε την τιμή του  $x$  ώστε το σημείο  $M$  να ανήκει στον ημιάξονα  $Oy$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να βρείτε ευθεία  $\varepsilon$  παράλληλη στον  $x'x$  που να διέρχεται από το σημείο  $M$  του ερωτήματος **Γ1**. Στη συνέχεια να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της  $f$ , με:

$$f(x) = -2x^2 + (\lambda - 5)x + \lambda^2 + 15, \text{ τέμνει πάντα σε δυο σημεία την ευθεία } \varepsilon.$$

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Αν  $x_1, x_2$  με  $x_1 < x_2$  είναι τα σημεία τομής της  $C_f$  με την ευθεία  $\varepsilon$ , να δείξετε ότι το σημείο  $A(x_1, 10)$  βρίσκεται στο 2<sup>ο</sup> τεταρτημόριο και το  $B(x_2, 10)$  βρίσκεται στο 1<sup>ο</sup>.

**Μονάδες 6**

- Γ4.** Αν  $g(x) = -3x^2 - 5x + 18$ , να βρείτε έναν πραγματικό αριθμό  $\lambda$ , τέτοιο ώστε η γραφική παράσταση της  $f$  να είναι πάντα πάνω από την γραφική παράσταση της  $g$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Δ

Δυο μαθητές, ο Κώστας και η Μαρία, ετοιμάζονται για τις εξετάσεις του σχολείου που θα πραγματοποιηθούν σε 15 εβδομάδες.

Ο Κώστας διαβάζει 12 ώρες την πρώτη εβδομάδα και σχεδιάζει να αυξάνει το διάβασμά του κατά δυο ώρες την εβδομάδα.

Η Μαρία ξεκινά και αυτή με 12 ώρες την εβδομάδα και αυξάνει το διάβασμά της κατά 10% κάθε εβδομάδα.

- Δ1.** Να εξηγήσετε το είδος της προόδου, αριθμητικής ή γεωμετρικής, που σχεδιάζει να ακολουθήσει ο κάθε μαθητής και να αποδείξετε ότι γενικοί όροι των δύο ακολουθιών είναι  $\alpha_n = 2n + 10$  και  $\beta_n = 12 \cdot (1,1)^{n-1}$ .

**Μονάδες 7**

- Δ2.** Πόσες ώρες θα διαβάσει το κάθε παιδί την 5<sup>η</sup> εβδομάδα και πόσες την 10<sup>η</sup> εβδομάδα;

**Μονάδες 6**

- Δ3.** Πόσες ώρες θα έχει διαβάσει συνολικά ο Κώστας και πόσες η Μαρία, από την πρώτη ημέρα της 1<sup>ης</sup> εβδομάδας ως την τελευταία ημέρα της 15<sup>ης</sup> εβδομάδας;

**Μονάδες 7**

- Δ4.** Σε ποια εβδομάδα η Μαρία θα ξεπεράσει τις 40 ώρες διάβασμα;

**Μονάδες 5**

Δίνονται:  $1,1^{15} = 4,18$ ,  $1,1^{13} = 3,45$ ,  $1,1^{12} = 3,14$ ,  
 $1,1^{10} = 2,59$ ,  $1,1^5 = 1,61$ .