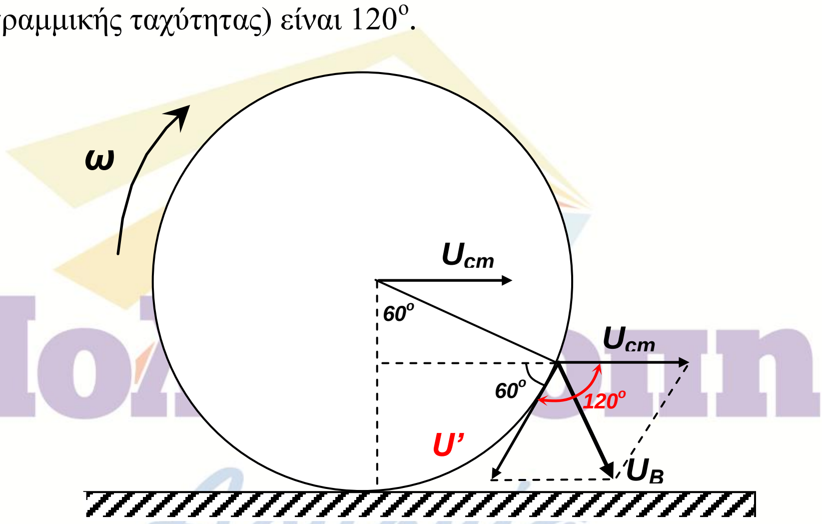
ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17 ΜΑΪΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:ΦΥΣΙΚΗ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)
ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. (γ) **Α2.** (δ) **Α3.** (γ) **Α4.** (β) **Α5.** Λ, Λ, Λ, Λ, Λ

Β1. Σωστή απάντηση η **(α)**

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι η περιεχόμενη γωνία μεταξύ της U_{cm} και της U' (γραμμικής ταχύτητας) είναι 120^{o}.



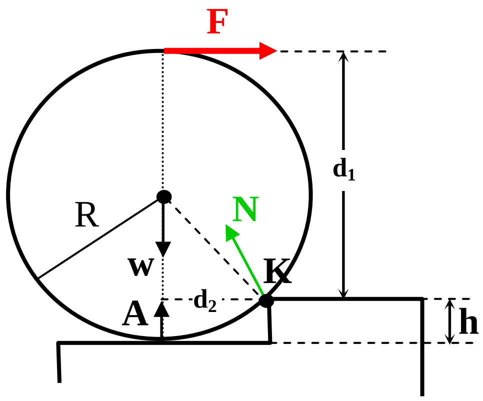
Άρα $U_B = \sqrt{U_{cm}{}^2 + U'^2 + 2U_{cm}U'\sigma\upsilon\nu 120^o}$ με $U' = \omega R = U_{cm}$ και

$$\sigma\upsilon\nu 120^0 = -\sigma\upsilon\nu 60^0 = -\frac{1}{2}$$

Οπότε $U_B = \sqrt{U_{cm}{}^2 + U_{cm}{}^2 + 2U_{cm}U_{cm}(-\frac{1}{2})} \Rightarrow U_B = U_{cm}$

Β2. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Τη στιγμή που θα αρχίσει οριακά η υπερπήδηση, η δύναμη Α από το δάπεδο θα μηδενιστεί και θα δρούν στο τροχό μόνο δύο ροπές ως προς το σημείο Κ.



Θα πρέπει : $\tau_F{}^{(K)} > \tau_w{}^{(K)} \Rightarrow F \cdot d_1 > w \cdot d_2$ (1)

όπου $d_1 = 2 \cdot R - h = 2 \cdot R - \frac{R}{3} = \frac{5}{3} \cdot R$ (2)

Για το d_2 εφαρμόζουμε Πυθαγόρειο Θεώρημα

$$R^2 = d_2^{\,2} + (R-h)^2 \Rightarrow R^2 = d_2^{\,2} + \left(R - \frac{R}{3}\right)^2 \Rightarrow d_2^{\,2} = R^2 - \frac{4}{9}R^2 \Rightarrow d_2 = \frac{\sqrt{5}}{3}R \;(3)$$

Άρα από τις σχέσεις (1),(2),(3) έχουμε $F \cdot \frac{5}{3} \cdot R > w \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} R \Rightarrow \boxed{F > w \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}$.

B3. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι : $T_\delta = t_2 - t_1$, άρα $t_3 - t_1 = 2 \cdot T_\delta$ (1).

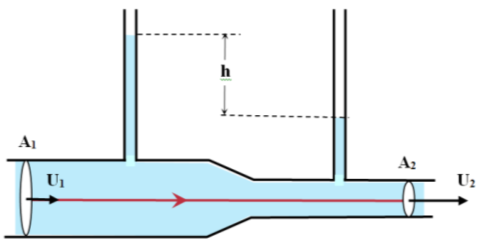
Οπότε $t_3 - t_1 = 80 \cdot \mathrm{T}$. Επομένως $2 \cdot T_\delta = 80 \cdot \mathrm{T} \Rightarrow T_\delta = 40 \cdot \mathrm{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega_\delta} = 40 \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \omega = 40 \cdot \omega_\delta \Rightarrow \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 40 \cdot |\omega_1 - \omega_2| \Rightarrow \frac{f_1 + f_2}{2} = 40 \cdot |f_1 - f_2| \Rightarrow \boxed{\frac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|} = 80}.$$

B4. Σωστή απάντηση η (β)

Από την εξίσωση συνέχειας έχουμε :

$A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow 5 \cdot A_2 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow u_2 = 5 \cdot u_1$ (1)



Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli(1-2)

$P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^{\,2} = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^{\,2}$ (2) όπου

$P_1 = P_{atm} + \rho g h_1$ (3) και $P_2 = P_{atm} + \rho g h_2$ (4).

Οπότε από τις (2), (3) και (4) έχουμε:

$$P_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^{\,2} = P_{atm} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^{\,2} \Rightarrow$$

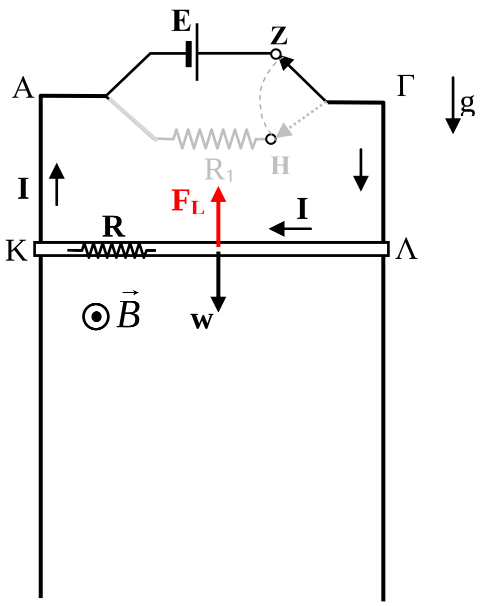
$$\Rightarrow \rho g h_1 - \rho g h_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^{\,2} - \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^{\,2} \Rightarrow \rho g (h_1 - h_2) = \frac{1}{2}\rho (u_2^{\,2} - u_1^{\,2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho g h = \frac{1}{2}\rho (25 \cdot u_1^{\,2} - u_1^{\,2}) \Rightarrow gh = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot u_1^{\,2} \Rightarrow 10 \cdot 0{,}15 = 12 \cdot u_1^{\,2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_1^{\,2} = \frac{1{,}5}{12} = \frac{1}{8} \Rightarrow u_1 = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{m}{s}$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:



$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{R} \Rightarrow \mathrm{I} = \frac{3V}{0{,}6\Omega} \Rightarrow \mathrm{I} = 5\mathrm{A}$$

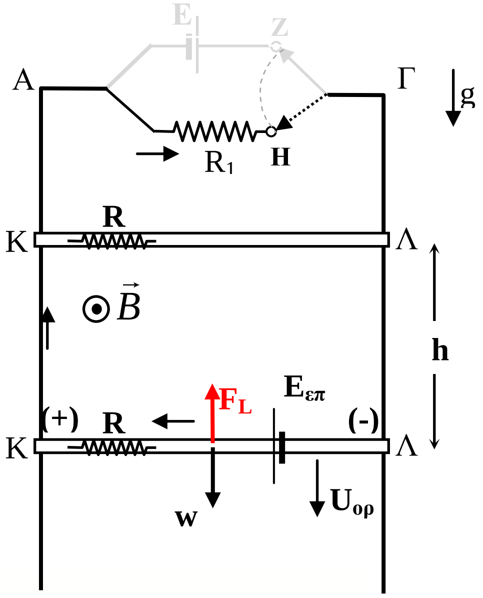
Αφού ο αγωγός ισορροπεί θα ισχύει:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = w \Rightarrow BIL = mg \Rightarrow$

$\Rightarrow B = \frac{mg}{I \cdot L} \Rightarrow B = \frac{0{,}3 \cdot 10}{5 \cdot 0{,}5} T \Rightarrow$

$\Rightarrow B = 1{,}2T$

Γ2. Αρχικά το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα και ο αγωγός αρχίζει να κατέρχεται λόγω του βάρους του. Λόγω της κίνησης του κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου αποκτά ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του.



Απόδειξη του τύπου $E_{ΕΠ} = BUL$ *από το νόμο του Faraday:*

$$E_{επ} = \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow E_{επ} = \frac{B dA}{dt} \Rightarrow E_{επ} = \frac{B dx L}{dt} \Rightarrow E_{επ} = BUL$$

Ο αγωγός θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα και θα αναπτυχθεί δύναμη Laplace με τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού (λόγω κανόνα Lenz). Κατά συνέπεια το επαγωγικό ρεύμα θα διαρρέει τον αγωγό ΚΛ από το Λ στο Κ, άρα θα έχουμε την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα.

Από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \frac{BUL}{R_1 + R} \quad (2)$$

Η δύναμη Laplace θα είναι:

$$F_L = BI_{επ}L \overset{(2)}{\Rightarrow} F_L = B\frac{BUL}{R_1 + R}L \Rightarrow F_L = \frac{B^2UL^2}{R_1 + R} \quad (3)$$

Όπως φαίνεται από την τελευταία εξίσωση, όσο αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού μεγαλώνει και το μέτρο της δύναμης Laplace. Κάποια στιγμή θα γίνει ίση (σε μέτρο) με το βάρος και τότε θα έχουμε οριακή ταχύτητα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = mg \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{B^2 U_{ορ} L^2}{R_1 + R} = mg \Rightarrow U_{ορ} = \frac{mg(R_1 + R)}{B^2 \cdot L^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{ορ} = \frac{0,3 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4)}{1,2^2 \cdot 0,5^2} \Rightarrow U_{ορ} = \frac{25}{3}\frac{m}{s}$$

Γ3. Εφαρμόζοντας ένα στοιχειώδες ΘΜΚΕ έχουμε:

$$dK = dW_{ολ} \overset{\div dt}{\Rightarrow} \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot U \quad (4)$$

Για την δύναμη Laplace εκείνη τη στιγμή έχουμε: $F_L = \frac{B^2UL^2}{R_1 + R} \Rightarrow F_L = 1,5N$

Επίσης, $\Sigma F = mg - F_L \Rightarrow \Sigma F = 3 - 1,5N \Rightarrow \Sigma F = 1,5N$

Επομένως από την (4) έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot U \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 1,5 \cdot \frac{25}{6}\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{25}{4}\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 6,25\frac{J}{s}$$

Γ4. Από το Νόμο του Neumann έχουμε:

$$q=\frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}}\Rightarrow q=\frac{BLh}{R_1+R}\Rightarrow h=\frac{q(R_1+R)}{B\cdot L}\Rightarrow h=\frac{3,6\cdot(0,6+0,4)}{1,2\cdot 0,5}m\Rightarrow h=6m$$

Επομένως, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας θα είναι:

$$\Delta E_{δυν}=mgh_{τελ}-mgh_{αρχ}\Rightarrow \Delta E_{δυν}=-mgh_{αρχ}\Rightarrow \Delta E_{δυν}=-0,3\cdot 10\cdot 6J$$

$$\Rightarrow \Delta E_{δυν}=-18J$$

Γ5. Το έργο της F_L θα μας υπολογίσει τη θερμότητα στους αντιστάτες.

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ έχουμε:

$$\Delta K=W_{ολ}\Rightarrow \frac{1}{2}mU_{ορ}^2=+mgh+W_{F_L}\overset{(S.I)}{\Rightarrow}\frac{1}{2}0,3\left(\frac{25}{3}\right)^2=0,3\cdot 10\cdot 6+W_{F_L}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{F_L}=-\frac{91}{12}J$$

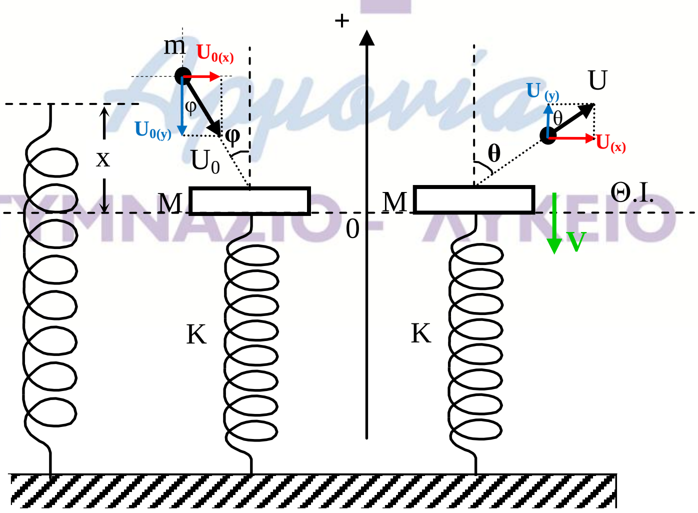
<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1.1 Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής στον οριζόντιο άξονα x'x έχουμε:

$$\vec{P}_{ολ,πρίν(x)}=\vec{P}_{ολ,μετά(x)}\Rightarrow mU_0\cdot ημφ=mU\cdot ημθ\Rightarrow 5\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=U\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow U=5\frac{m}{s}$$

Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής στον κατακόρυφο άξονα y'y έχουμε:

$$\vec{P}_{ολ,πρίν(y)}=\vec{P}_{ολ,μετά(y)}\Rightarrow mU_0\cdot συνφ=M\cdot V-mUσυνθ\Rightarrow V=5\frac{m}{s}$$



Δ1.2 Θα υπολογίσουμε την κινητική ενέργεια του συστήματος λίγο πρίν την κρούση και αμέσως μετά την κρούση:

$$K_{πριν}=\frac{1}{2}mU_0^2=\frac{1}{2}0,1\cdot\left(5\sqrt{3}\right)^2J\Rightarrow K_{πριν}=3,75J$$

$$K_{μετά}=\frac{1}{2}mU^2+\frac{1}{2}MV^2=\frac{1}{2}0,1\cdot 5^2+\frac{1}{2}0,2\cdot 5^2J\Rightarrow K_{μετά}=3,75J$$

Παρατηρούμε ότι ισχύει: $K_{πριν}=K_{μετά}$ επομένως η κρούση είναι ΕΛΑΣΤΙΚΗ.

Δ2.1 Βρίσκουμε την περίοδο της ταλάντωσης του (M,K):

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{K}}} \Rightarrow \mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{45}}\,\mathrm{sec} \Rightarrow \mathrm{T} = \frac{2\pi}{15}\,\mathrm{sec}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \Rightarrow \omega = 15\frac{rad}{\mathrm{sec}}$$

Η ταχύτητα V του δίσκου μετά την κρούση είναι πρακτικά η U_{max} του ταλαντωτή (m,K), αφού η κρούση γίνεται στη Θ.Ι.

$$U_{\max} = A\cdot\omega \Rightarrow 5\frac{m}{s} = A\cdot 15\frac{rad}{s} \Rightarrow A = \frac{1}{3}m$$

Δ2.2 Για t=0 ο ταλαντωτής έχει $U=-U_{max}$, άρα:

$$U = U_{\max}\sigma\upsilon\nu\left(\omega t+\varphi_0\right) \overset{t=0}{\Rightarrow} -U = U_{\max}\sigma\upsilon\nu\varphi_0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = -1$$

Επομένως $\varphi_0=\pi$ rad και η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:

$$x = A\cdot\eta\mu\left(\omega t+\varphi_0\right) \Rightarrow x = \frac{1}{3}\cdot\eta\mu\left(15t+\pi\right)\ \ (\mathrm{S.I.})\quad (1)$$

$$\Sigma F = -Dx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - \mathrm{M}g = -Kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \mathrm{M}g - Kx \overset{(1)}{\Rightarrow}$$
$$\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 0,2\cdot 10 - 45\cdot\frac{1}{3}\eta\mu(15t+\pi) \overset{(1)}{\Rightarrow}$$
$$\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 2 - 15\eta\mu(15t+\pi)\ (\mathrm{S.I.})$$

Για την κινητική ενέργεια έχουμε:

$$\mathrm{E}_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}mU^2 \Rightarrow \mathrm{E}_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}m(A\cdot\omega)^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_0) \Rightarrow$$
$$\overset{(S.I)}{\Rightarrow} \mathrm{E}_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}0,2\cdot 5^2\sigma\upsilon\nu^2(15t+\pi) \Rightarrow \mathrm{E}_{\kappa\iota\nu} = 2,5\cdot\sigma\upsilon\nu^2(15t+\pi)\ (\mathrm{S.I})$$
