

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ Α

A₁. (β)

A₂. (γ)

A₃. (α)

A₄. (γ)

A₅. α → Λ, β → Σ, γ → Λ, δ → Σ, ε → Σ

ΘΕΜΑ Β

B₁. Σωστή είναι η (ii)

Για την συχνότητα f_1 πριν την κρούση:

$$f_1 = \frac{v_H}{v_H + v_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{v_H}{v_H + \frac{v_H}{20}} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s \quad (1)$$

Για την κρούση:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m v_s = (m + m) v'_s \Rightarrow v'_s = \frac{v_s}{2} = \frac{v_H}{40}$$

Μετά την κρούση για την συχνότητα f_2 :

$$f_2 = \frac{v_H}{v_H + v'_s} f_s = \frac{v_H}{v_H + \frac{v_H}{40}} f_s = \frac{40}{41} f_s \quad (2), \quad \text{έτσι: } \frac{f_1}{f_2} \stackrel{(1),(2)}{=} \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} = \frac{41}{42}.$$

B₂. Σωστή είναι η (iii)

Όταν σταθεροποιείται η στάθμη στο δοχείο θα πρέπει η παροχή του οριζόντιου σωλήνα να είναι ίση με την παροχή του υγρού στην οπή Z, δηλαδή

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_Z \Rightarrow A_2 v_{\Gamma} = A_3 v_Z \Rightarrow A_2 v_{\Gamma} = \frac{A_2}{2} v_Z \Rightarrow v_{\Gamma} = \frac{v_Z}{2} \quad (1)$$

Για την ταχύτητα v_Z , από το θεώρημα Torricelli $v_Z = \sqrt{2gH}$ (2)

Για την ταχύτητα v_Γ , εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli ανάμεσα στα σημεία (1) και (2)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_\Delta^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2 \quad (3), \quad \text{όπου } P_1 = P_{\text{ατμ}} + \rho gh \quad (4) \quad \text{και } P_2 = P_{\text{ατμ}} \quad (5)$$

$$(3) \stackrel{(4),(5)}{\Rightarrow} \rho gh = \frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2 - \frac{1}{2}\rho v_\Delta^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}(v_\Gamma^2 - v_\Delta^2) \quad (6)$$

Από την εξίσωση συνέχειας στα σημεία Δ και Γ:

$$A_1 \cdot v_\Delta = A_2 \cdot v_\Gamma \Rightarrow 2A_2 v_\Delta = A_2 v_\Gamma \Rightarrow v_\Delta = \frac{v_\Gamma}{2} \quad (7)$$

$$(6) \stackrel{(7)}{\Rightarrow} gh = \frac{1}{2} \left(v_\Gamma^2 - \frac{v_\Gamma^2}{4} \right) \Rightarrow gh = \frac{3}{8} v_\Gamma^2 \Rightarrow v_\Gamma = \sqrt{\frac{8}{3} gh} \quad (8)$$

$$(1) \stackrel{(2),(8)}{\Rightarrow} \sqrt{\frac{8}{3} gh} = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \Rightarrow \frac{8}{3} gh = \frac{2gH}{4} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}.$$

B₃. Σωστή είναι η (ii)

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη θέση (ΟΑ) μέχρι την (ΟΔ) λίγο πριν την κρούση για να βρούμε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου λίγο πριν την κρούση.

$$\frac{1}{2} I_{\rho\alpha\beta\delta} \omega_1^2 - 0 = \tau \cdot \varphi \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ML^2 \omega_1^2 = FL \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 = 3\pi \frac{r}{s} \quad 2$$

Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, αφού έχει καταργηθεί η F , $\Sigma \vec{\tau}_{\epsilon\xi} = 0$

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow I_{\rho\alpha\beta\delta} \omega_1 = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \omega_2 \quad (1)$$

Για τη ροπή αδρανείας του συστήματος

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = I_{\rho\alpha\beta\delta} + I_{\sigma\omega\mu} \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{1}{3} ML^2 + mL^2 = (1+1) \text{kgm}^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = 2 \text{kgm}^2 \quad (2)$$

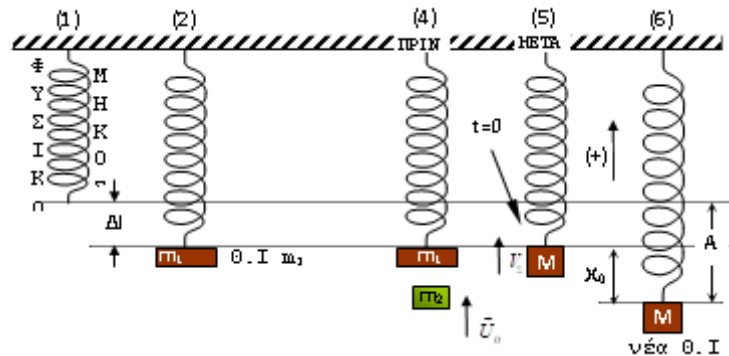
$$(1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \omega_2 = \frac{\omega_1}{2} = \frac{3\pi}{2} \text{rad/s}$$

Μετά την κρούση η ράβδος και το σώμα κινούνται με σταθερή $\omega_2 = \frac{3\pi}{2} \text{rad/s}$

$$\omega_2 = \frac{\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\theta}{\omega_2} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{3} \text{sec}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁.



Στη θέση ισορροπίας του (m_1)

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta l} \Rightarrow k = \frac{10 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Επειδή η πάνω ακραία θέση του συσσωματώματος είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου και αλλάζει η θέση ισορροπίας, στη νέα θέση ισορροπίας θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = kA \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}.$$

Γ₂. Για να βρούμε την V_Σ αμέσως μετά την κρούση

3

Α.Δ.Ε ταλάντωσης του ($m_1 + m_2$)

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\Sigma^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kA^2, \text{ με } x_0 = A - \Delta l = 0,05 \text{ m}$$

$$\text{Οπότε: } V_\Sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

Από Α.Δ.Ο για την κρούση

$$m_2 v_0 = (m_1 + m_2)V_\Sigma \Rightarrow v_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε: } K_2 = \frac{1}{2}m_2 v_0^2 = 1,5 \text{ J}.$$

$$\Gamma_3. \quad \Delta \vec{P}_2 = \vec{P}_{2,\text{τελ}} - \vec{P}_{2,\text{αρχ}}$$

$$|\Delta P_2| = |m_2 V_\Sigma - m_2 v_0| \Rightarrow |\Delta P_2| = \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} \right| \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η κατεύθυνση της $\Delta \vec{P}_2$ είναι αντίθετη της \vec{v}_0 , δηλαδή αρνητική.

Γ₄. Την $t_0 = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $x_0 = +0,05 \text{ m}$ και έχει $V_\Sigma > 0$.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Big|_{x=+x_0}^{\tau=0} \Rightarrow 0,05 = 0,1\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ αφού } V_\Sigma > 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10 \text{ rad/s,}$$

$$\text{Άρα } x = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (SI).}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁. Για το σώμα Σ

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = M_\Sigma g = 20 \text{ N}$$

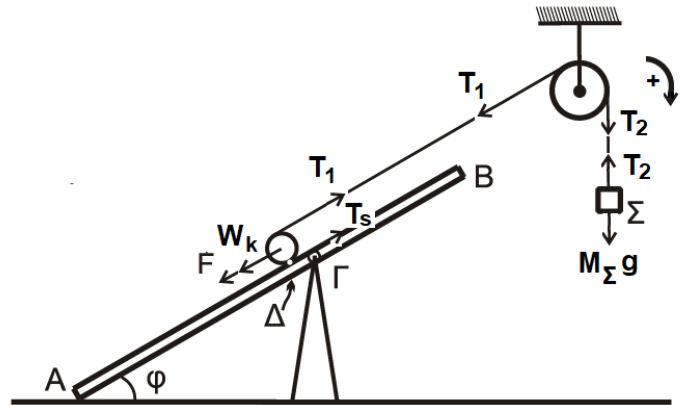
Για την τροχαλία

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_2 R_T - T_1 R_T = 0 \Rightarrow$$

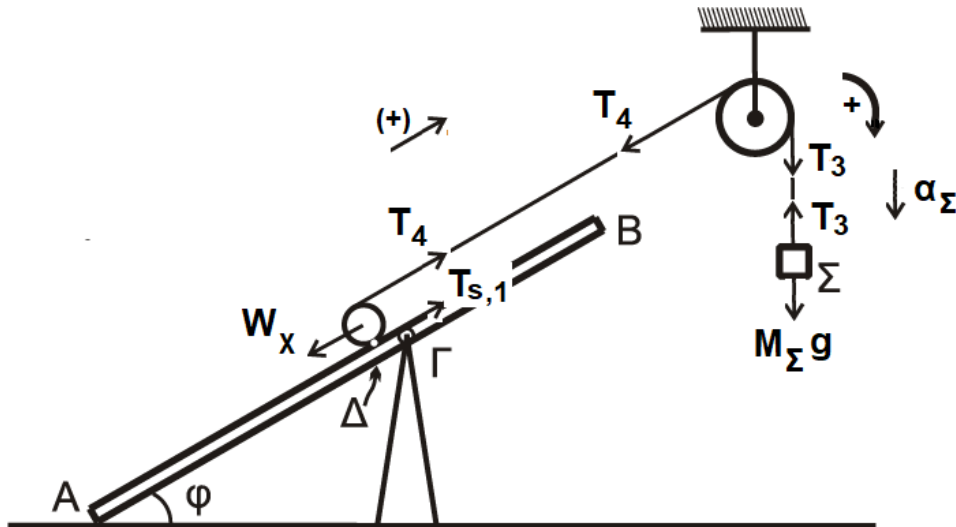
$$\Rightarrow T_1 = T_2 = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_1 + T_s - W_x - F = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 2T_1 - M_k g \eta \mu \varphi \Rightarrow F = 40 - 10 \text{ N} = 30 \text{ N.}$$



Δ₂. Η ταχύτητα του Σ είναι $v_\Sigma = \omega_T R_T \Rightarrow \alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma,T} R_T$ (1)



Επίσης $v_\Sigma = v_{\sigma\chiοι\nu} = 2v_{cm}$, άρα και $\alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm}$ (2)

Ισχύει όμως ότι $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma,k} R_k$ (3)

Για το σώμα Σ

$$\Sigma F = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow M_\Sigma g - T_3 = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow 20 - T_3 = 2\alpha_\Sigma \text{ (4)}$$

Για τη τροχαλία

$$\Sigma \tau = I_{\varphi} \alpha_{\gamma,T} \Rightarrow T_3 R_T - T_4 R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \Rightarrow T_3 - T_4 = \frac{1}{2} M_T \alpha_\Sigma \Rightarrow T_3 - T_4 = \alpha_\Sigma \text{ (5)}$$

$$(4),(5) \Rightarrow 20 - T_4 = 3\alpha_\Sigma \quad (6)$$

Για τον κύλινδρο

$$\Sigma\tau = I_k \alpha_{\gamma,k} \Rightarrow T_4 R_k - T_{s,1} R_k = \frac{1}{2} M_k R_k^2 \alpha_{\gamma,k} \Rightarrow T_4 - T_{s,1} = \frac{1}{2} M_k \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_4 - T_{s,1} = \alpha_{cm} \quad (7)$$

$$\text{Επίσης } \Sigma F_x = M_k \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{s,1} - M_k g \eta \mu \varphi = M_k \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{s,1} = 2\alpha_{cm} + 10 \quad (8)$$

$$(7),(8) \Rightarrow 2T_4 = 3\alpha_{cm} + 10 \Rightarrow T_4 = \frac{3}{2}\alpha_{cm} + 5 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_4 = \frac{3}{4}\alpha_\Sigma + 5 \quad (9)$$

$$(6) \stackrel{(9)}{\Rightarrow} 20 - \frac{3}{4}\alpha_\Sigma - 5 = 3\alpha_\Sigma \Rightarrow 15 = 3\alpha_\Sigma + \frac{3}{4}\alpha_\Sigma \Rightarrow 15 = \frac{15}{4}\alpha_\Sigma \Rightarrow \alpha_\Sigma = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Οπότε και } \alpha_{cm} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Δ₃. Η ταχύτητα που θα έχει την $t_1 = 0,5 \text{ sec}$, θα είναι $v_1 = \alpha_{cm} t_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_1 = 1 \text{ m/s}$

Στη συνέχεια της κίνησης θα ισχύει

$$\Sigma F_x = M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} - M_k g \eta \mu \varphi = M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} = 2\alpha_{cm,1} + 10 \quad (10)$$

$$\Sigma\tau = I_k \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow -T_{s,1} R_k = \frac{1}{2} M_k R_k^2 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow T_{s,1} = -\frac{1}{2} M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} = -\alpha_{cm,1} \quad (11)$$

$$(10) \stackrel{(11)}{\Rightarrow} -\alpha_{cm,1} = 2\alpha_{cm,1} + 10 \Rightarrow \alpha_{cm,1} = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2 \Rightarrow |\alpha_{cm,1}| = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

$$v_{cm} = v_1 - |\alpha_{cm,1}| \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_1}{|\alpha_{cm,1}|} = 0,3 \text{ s}$$

$$\text{Οπότε: } t_2 = t_1 + \Delta t = 0,8 \text{ sec}.$$

Δ₄. Από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 0,5 \text{ sec}$

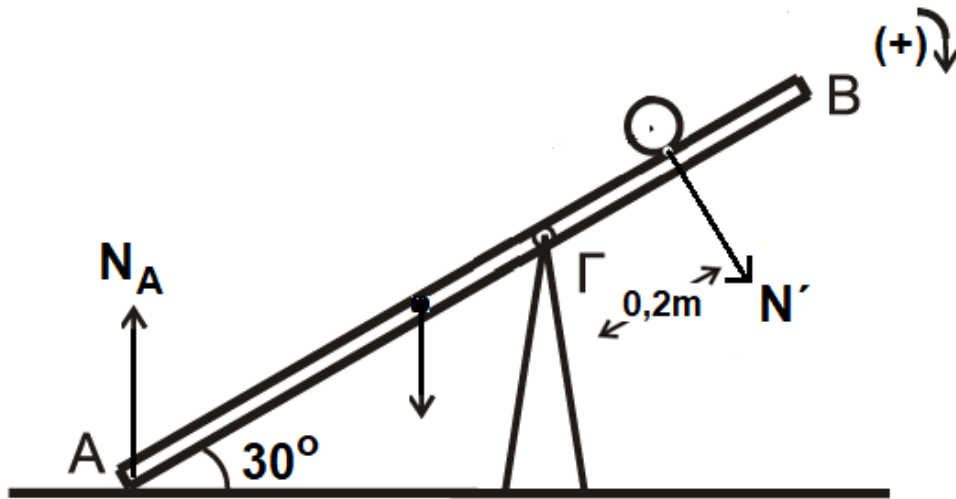
$$s_1 = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 = 0,25 \text{ m}$$

Από $t_1 = 0,5 \text{ sec}$ έως $t_2 = 0,8 \text{ sec}$

$$s_2 = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} |\alpha_{cm,1}| \Delta t^2 \Rightarrow s_2 = \left(0,3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 0,09 \right) \text{ m} = 0,15 \text{ m}$$

$$\text{Οπότε: } s_{ολ} = s_1 + s_2 = 0,4 \text{ m}.$$

Δ₅. Αρκεί να εξασφαλίσουμε ότι στη θέση που σταματά ο κύλινδρος δεν θα ανατραπεί, δηλαδή $N_A \geq 0$.



Η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στη σανίδα θα είναι: $N' = N = M_k g \sin \varphi \Rightarrow$

$$\Rightarrow N' = 10\sqrt{3}N$$

Για τη σανίδα

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow N' \cdot 0,2 + N_A (A\Gamma) \sin 30^\circ - Mg \left(\frac{1}{2} - B\Gamma \right) \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} + N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 20 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow N_A = 2,4N.$$

Οπότε δεν ανατρέπεται σε καμία άλλη θέση μέχρι να σταματήσει ο κύλινδρος._