

ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)
ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. (γ) **A2.** (δ) **A3.** (γ) **A4.** (β)

A5. α. (Σ) β. (Λ) γ. (Σ) δ. (Σ) ε. (Λ)

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το (ii)

Λόγω Μεταφορικής ισορροπίας:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = F_{k2} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{k1} = W = m \cdot g \quad (2)$$

Λόγω Στροφικής ισορροπίας:

$$\Sigma \tau^{(A)} = 0 \Rightarrow F_{k2} \cdot d_2 = W \cdot d_1 \quad (3)$$

Για τους μοχλοβραχίονες d_1 και d_2 :

$$\text{συν}\varphi = \frac{d_1}{\frac{L}{2}} \Rightarrow d_1 = \frac{L}{2} \cdot \text{συν}\varphi \quad (4)$$

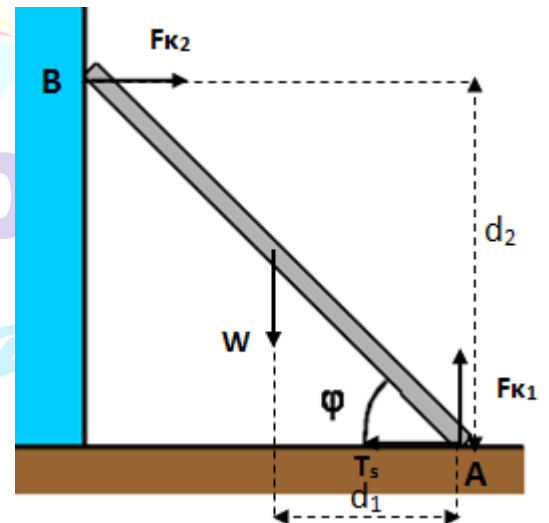
$$\eta\mu\varphi = \frac{d_2}{L} \Rightarrow d_2 = L \cdot \eta\mu\varphi \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (3) \xrightarrow{(4),(5)} F_{k2} \cdot L \cdot \eta\mu\varphi &= W \cdot \frac{L}{2} \cdot \text{συν}\varphi \Rightarrow \\ &\xrightarrow{(1)} T_s \cdot \varepsilon\varphi\varphi = \frac{m \cdot g}{2} \Rightarrow T_s = \frac{m \cdot g}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (6) \end{aligned}$$

Για να ισορροπεί θα πρέπει:

$$T_s \leq \mu \cdot F_{k1} \xrightarrow{(2),(6)} \frac{m \cdot g}{2\varepsilon\varphi\varphi} \leq \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon\varphi\varphi \geq 1 \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi \geq \frac{1}{2 \cdot \mu}$$

Η ελάχιστη τιμή θα είναι όταν: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2 \cdot \mu}$



B2. Σωστό το (i)

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της επιφάνειας του υγρού και του σημείου (2) :

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho g H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gH} \quad (1)$$

Από την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των σημείων (1) και (2) : $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow A_1 v_1 = \frac{A_1}{2} v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{v_2}{2}$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ (1) και (2) :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - \frac{v_2^2}{4})$$

$$P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{8} \rho v_2^2 \Rightarrow P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{8} \rho 2gH \Rightarrow P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4} \rho gH \quad (3)$$

Από τον κατακόρυφο σωλήνα στο σημείο (1) θα ισχύει:

$$P_1 = \frac{w}{A} + P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h = \frac{w}{A} + P_{\alpha\tau\mu} + \rho g \frac{H}{4} \quad (4)$$

Από (3) και (4) : $\frac{w}{A} + P_{\alpha\tau\mu} + \rho g \frac{H}{4} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4} \rho gH \Rightarrow w = \frac{\rho g A H}{2}$

B3. Σωστό το (iii)

Ανάλυση κατά άξονες της ορμής της σφαίρας Σ_2 μετά την κρούση:

$$P_{2,x,META} = m_2 \cdot V_2 \cdot \sin 30^\circ \quad (1)$$

$$P_{2,y,META} = m_2 \cdot V_2 \cdot \eta \mu 30^\circ \quad (2)$$

Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής στον άξονα x'x έχουμε:

$$P_{1,PRIN} = P_{2,x,META} \Rightarrow m_1 \cdot U_1 = m_2 \cdot V_2 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow U_1 = \sqrt{3} \cdot V_2 \quad (3)$$

Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής στον άξονα y'y έχουμε:

$$0 = P_{1,META} - P_{2,y,META} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot V_1 - m_2 \cdot V_2 \cdot \eta \mu 30^\circ \Rightarrow V_1 = V_2 \quad (4)$$

Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το συσσωμάτωμα έχουμε:

$$P_{1,META} = P_{\Sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_1 \cdot V_1 = (m_1 + m_3) \cdot V_{\Sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow V_{\Sigma\upsilon\sigma} = \frac{V_1}{2} \quad (5)$$

Για την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος:

$$K_{\Sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} (m_1 + m_3) \cdot V_{\Sigma\upsilon\sigma}^2 \Rightarrow K_{\Sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} m \frac{V_1^2}{2} \quad (6)$$

Για την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 :

$$K_1 = \frac{1}{2} m \cdot U_1^2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} K_1 = \frac{1}{2} m (\sqrt{3} \cdot V_2)^2 \stackrel{(4)}{\Rightarrow} K_1 = \frac{1}{2} m \cdot 3 \cdot V_1^2 \quad (7)$$

Διαιρώντας τις (6) και (7) έχουμε:

$$\frac{K_{\Sigma v\sigma}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m \frac{V_1^2}{2}}{\frac{1}{2}m \cdot 3 \cdot V_1^2} \Rightarrow \frac{K_{\Sigma v\sigma}}{K_1} = \frac{1}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 $P_1 = \frac{V_{\varepsilon v}^2}{P_1} \Rightarrow V_{\varepsilon v} = 6\sqrt{2}V. \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}V \Rightarrow V = 12V$

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{R_1} = \sqrt{2}A$$

Γ.2 $\omega' = 2\omega = 1000 \text{ rad/s}$. Οπότε διπλασιάζεται και το πλάτος της τάσης .

Αρχικά : $V = N\omega BA$

Μετά: $V' = N2\omega BA = 2V = 24V$

Οπότε $u' = 24\eta\mu(100\pi t)$ (S.I) και για την ένταση του ρεύματος: $i = \frac{V}{R_1} \eta\mu(100\pi t) \Rightarrow$

$$i = 4\eta\mu(100\pi t) \text{ (S.I)}$$

Για τη στιγμιαία ισχύ θα έχουμε : $p = u'i' = 96\eta\mu^2(100\pi t)$ (S.I)

Για $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ θα πάρουμε : $p = 96 \eta\mu^2(100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}) = 96 \eta\mu^2(\frac{\pi}{2}) = 96W$

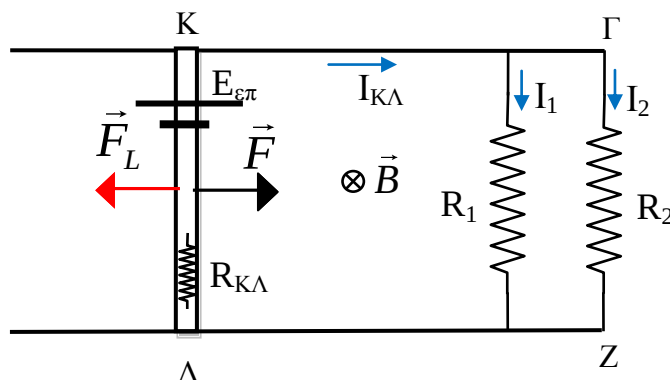
Γ.3 Από 0 έως 2 sec : Η ράβδος δέχεται μόνο την δύναμη F , αφού το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε η ράβδος ΚΛ κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

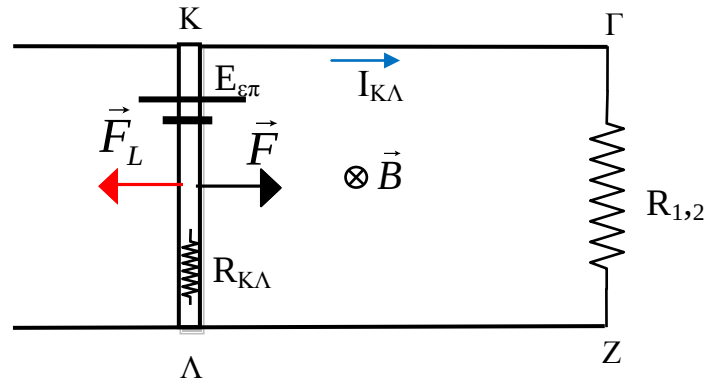
$$F = ma \Rightarrow a = 1m/s^2$$

Για $t_1 = 2 \text{ sec}$: $u_1 = at_1 = 2 \text{ m/s}$. Μετά την t_1 η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_1 = 2m/s$, οπότε θα ισχύει και $\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L$.

Λόγω της κίνησης του αγωγού δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής και επαγωγική τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ. $E_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta\chi l}{\Delta t} = Bvl$

Όταν κλείσουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_3 δημιουργούνται και επαγωγικά ρεύματα στους τρεις αντιστάτες. Οι αντιστάτες R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα.





$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2 \, \Omega \quad . \quad I_{K\Lambda} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}} = \frac{B v_1 l}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}} \quad (4)$$

$$F_L = B I_{K\Lambda} l = \frac{B^2 l^2 v_1}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}}$$

$$\Sigma F = 0 \text{ και } F = F_L \Rightarrow F = \frac{B^2 l^2 v_1}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}} \Rightarrow B = 1 \, T$$

Γ.4 Από 0 έως 2sec : $\Delta\chi_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = 2m$

Και αντίστοιχα το έργο της F θα είναι : $W_1 - F \cdot \Delta\chi_1 = 1J$.

Από 2 sec μέχρι και το 5sec : $\Delta\chi_2 = v_1 \Delta t = 6m$

$$W_2 = F \cdot \Delta\chi_2 = 3J.$$

Το συνολικό έργο θα είναι $W_{ολ} = 1+3 = 4J$

Θερμότητα στους αντιστάτες παράγεται μόνο από 2 έως 5sec και θα είναι ίση με το αντίστοιχο έργο της F , $Q_2 = W_2 = 3J$.

$$\text{Το ρεύμα } I_{K\Lambda} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}} = \frac{B v_1 l}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}} = 0,5A$$

$$V_{K\Lambda} = V_{1,2} = I_{K\Lambda} R_{1,2} = 1A. \text{ Οπότε και } I_2 = \frac{V_{1,2}}{R_2} = \frac{1}{3}A$$

$$\text{Άρα και η θερμότητα θα είναι : } Q_2 = I_2^2 R_2 \Delta t = 1J$$

$$\text{Για το ποσοστό : } \Pi = \frac{Q_2}{W_{ολ}} 100 = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του m_2 $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_{2x} = T_2 \Rightarrow m_2 g \eta \mu \phi = T_2 \Rightarrow T_2 = 30 \text{ N}$

Από την ισορροπία της τροχαλίας : $\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1 \cdot 2r = T_2 \cdot r \Rightarrow T_1 = 15 \text{ N}$

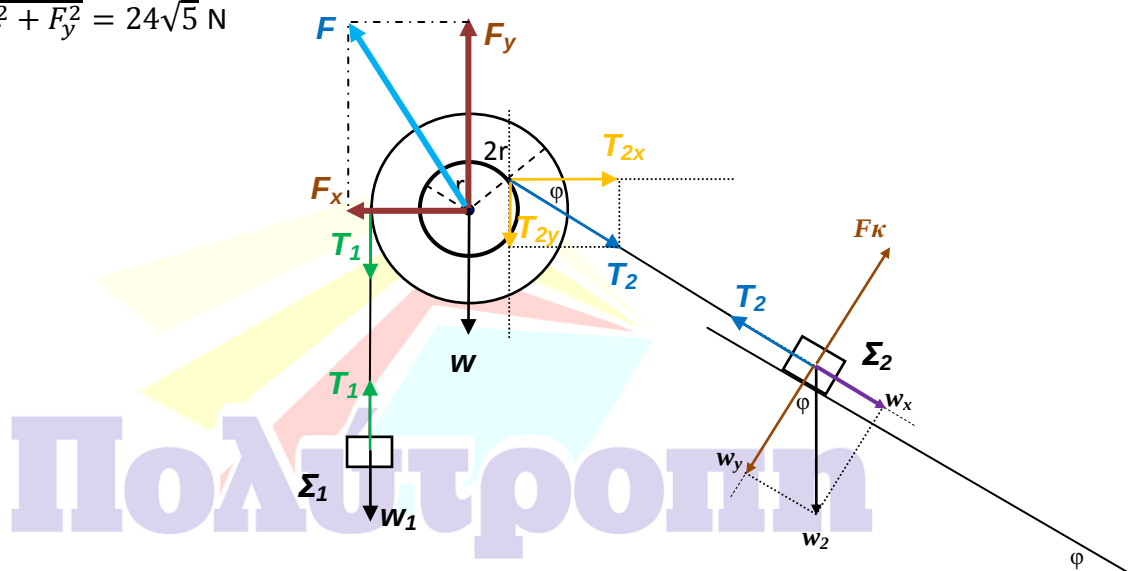
Από την ισορροπία του m_1 $w_1 = T_1 \Rightarrow m_1 g = 15 \text{ N} \Rightarrow m_1 = 1,5 \text{ kg}$

Για την τροχαλία θα πρέπει επίσης να ισχύουν:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_2 \sin \phi \Rightarrow F_x = 24 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = T_2 \cos \phi + T_1 + Mg = 48 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 24\sqrt{5} \text{ N}$$



Δ2. Για τη ταχύτητα του m_2 στη βάση του κεκλιμένου, θα κάνουμε Α.Δ.Μ.Ε.

$$m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = 6 \text{ m/s}$$

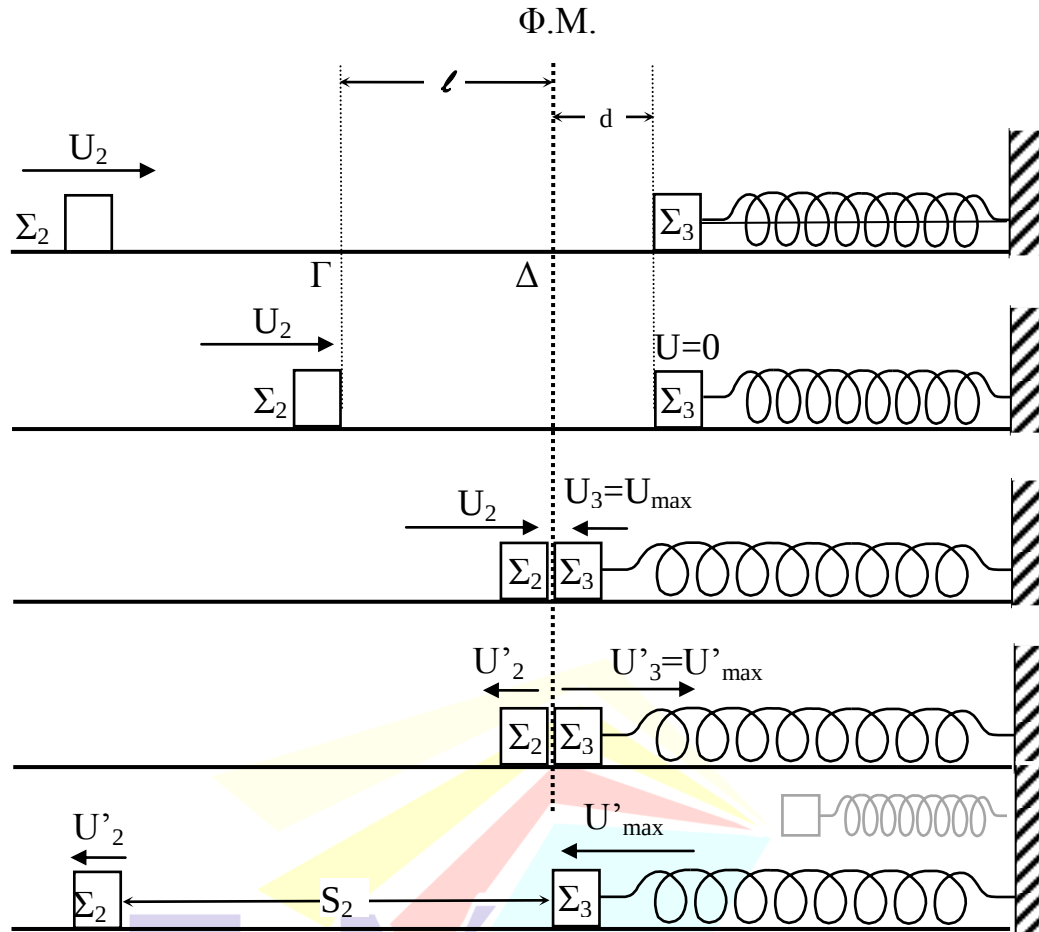
Αφού η κρούση γίνεται στη Θ.Ι, το m_2 για να διανύσει το διάστημα ℓ (τμήμα ΓΔ) χρειάζεται χρόνο :

$$t_{\Gamma\Delta} = \frac{T}{4}$$

$$x = Ut \Rightarrow \Gamma\Delta = U_2 t_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \frac{\Gamma\Delta}{U_2} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \text{ sec}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$K = D = m_3 \omega^2 = 5 \cdot 5^2 \Rightarrow K = 125 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



Δ3. Τα σώματα έχουν ίσες μάζες άρα μετά την κεντρική ελαστική κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητες.

$$U_3 = U_{\max} = \omega \cdot A_3 = \omega \cdot d = 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ m/s}$$

$$U_3' = - |U_2| = -6 \text{ m/s}$$

$$U_2' = U_3 = 1 \text{ m/s}$$

Για τη νέα ΑΑΤ :

$$U'_{\max} = |U_3'| = 6 \text{ m/s}$$

$$A' = \frac{U'_{\max}}{\omega} = 1,2 \text{ m}$$

Για $t=0$, $x=0$ και $U<0$:

Άρα, $\phi_0 = \pi \text{ rad}$ και τελικά προκύπτει $x = 1,2 \cdot \eta\mu(5t + \pi)$ (S.I)

$$\Delta 4. K = 8U \Rightarrow E - U = 8U \Rightarrow U = \frac{E}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{3}$$

$$\text{Για πρώτη φορά όμως θα έχουμε: } x = -\frac{A}{3} = -0,4\text{m}$$

Από τη γενικευμένη έκφραση του 2^{ου} Νόμου του Newton:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx = -K \cdot \frac{-A}{3} = 50\text{N}$$

Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\left| \frac{\Delta K}{\Delta t} \right| = |\Sigma F \cdot U|$$

Από ΑΔΕΤ προκύπτει:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m_3U^2 + \frac{1}{2}D\left(\frac{A}{3}\right)^2 \Rightarrow U = \pm 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$\left| \frac{\Delta K}{\Delta t} \right| = |\Sigma F \cdot U| = 50 \cdot 4\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \frac{J}{s}$$

Δ5. Ο χρόνος που απαιτείται για να επανέλθει ο ταλαντωτής στη θέση φυσικού μήκους για πρώτη φορά μετά την κρούση είναι T/2:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{K}} = 0,2\pi \text{ s}$$

Στον παραπάνω χρόνο, το Σ₂ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα, θα έχει διανύσει απόσταση S₂:

$$S_2 = U'_2 \cdot \Delta t \Rightarrow S_2 = 1 \frac{m}{s} \cdot 0,2\pi \text{ s} \Rightarrow S_2 = 0,628 \text{ m}$$