


ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Άλγεβρα Α' Γυμνασίου	ΒΑΘΜΟΣ Α ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Β ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Γ ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Δ ΘΕΜΑΤΟΣ
Ύλη Διαγωνίσματος	ΜΚΔ, ΕΚΠ, Πρώτοι, Κριτήρια Διαιρετότητας, Κλάσματα				
		ΤΕΛΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ : 			

Απαντήσεις

Θέμα Α

A.1 Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Να δώσετε και ένα παράδειγμα.

A.2 Ποια κλάσματα λέγονται ανάγωγα;

A.3 Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;

Λύση

Θεωρία 1^{ου} Κεφαλαίου

A.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Το κλάσμα $\frac{24}{40}$ απλοποιείται με το 8. **Σ**

ii) Ένα ανάγωγο κλάσμα είναι πάντα μεγαλύτερο του 1. **Λ**

iii) Ο αριθμός $2^3 + 2$ είναι πρώτος. **Λ**

iv) Το $\frac{12}{12} = \frac{1132}{1132}$. **Σ**

v) Ο αριθμός $2\alpha + 6$ διαιρείται με το 2. **Σ**

vi) Η ισότητα $105 = 4 \cdot 25 + 5$ εκφράζει την Ευκλείδεια διαίρεση του 105 με το 4. **Λ**

Θέμα Β

Να εξηγήσετε γιατί κάθε φυσικός αριθμός της μορφής

$$\alpha \cdot 32 + \beta \cdot 16 + \gamma \cdot 8 + \delta \cdot 4 + 2\varepsilon$$

διαιρείται με το 2.

Λύση

$$\alpha \cdot 32 + \beta \cdot 16 + \gamma \cdot 8 + \delta \cdot 4 + 2\varepsilon =$$

$$\alpha \cdot 2 \cdot 16 + \beta \cdot 2 \cdot 8 + \gamma \cdot 2 \cdot 4 + \delta \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot \varepsilon \stackrel{\text{Χρησιμοποιούμε την επιμεριστική ιδιότητα}}{=} \alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$$

$$2 \cdot (\alpha \cdot 16 + \beta \cdot 8 + \gamma \cdot 4 + \delta \cdot 2 + 1 \cdot \varepsilon)$$

Άρα αφού μπορούμε να το γράψουμε σαν πολλαπλάσιο του 2, τότε από τη θεωρία, ξέρουμε ότι θα διαιρείται και με το 2.

Θέμα Γ

Γ.1 Να υπολογίσετε την παράσταση $A = 2^4 : 2 + (2 \cdot 3^2 + 2) : 4 + 6^2 : 3^2 + 1$

Λύση

$$\begin{aligned} A &= 2^4 : 2 + (2 \cdot 3^2 + 2) : 4 + 6^2 : 3^2 + 1 \\ &= 2^4 : 2 + (2 \cdot 9 + 2) : 4 + 6^2 : 3^2 + 1 \\ &= 2^4 : 2 + 20 : 4 + 6^2 : 3^2 + 1 \\ &= 16 : 2 + 20 : 4 + 36 : 9 + 1 \\ &= 8 + 5 + 4 + 1 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Γ.2 Να υπολογίσετε την παράσταση $B = (4^2 - 3^2)^2 : 7 + 2^4 + 2^5 : 2^3$

Λύση

$$\begin{aligned} B &= (4^2 - 3^2)^2 : 7 + 2^4 + 2^5 : 2^3 \\ &= (16 - 9)^2 : 7 + 2^4 + 2^5 : 2^3 \\ &= 7^2 : 7 + 2^4 + 2^5 : 2^3 \\ &= 49 : 7 + 16 + 32 : 8 \\ &= 7 + 16 + 4 \\ &= 27 \end{aligned}$$

Γ.3 Αν $A=18$ και $B=27$ να αναλύσετε τους αριθμούς A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Λύση

$$A = 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$B = 27 = 3^3$$

Γ.4 Να βρείτε το ΕΚΠ(18, 27) και το ΜΚΔ(18, 27)

Λύση

$$A = 2 \cdot 3^2$$

$$B = 3^3$$

$$\text{ΕΚΠ}(18, 27) = 2 \cdot 3^3$$

$$\text{ΜΚΔ}(18, 27) = 3^2$$

Θέμα Δ

Να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης.

$$A = 2 - \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{14}{5} - \frac{5}{2} \right) - \left(1 - \frac{7}{8} \right) \right]$$

Λύση

$$\begin{aligned}
A &= 2 - \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{14}{5} - \frac{5}{2} \right) - \left(1 - \frac{7}{8} \right) \right] \\
&= 2 - \left[\left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12} - \frac{2}{12} \right) + \left(\frac{28}{10} - \frac{25}{10} \right) - \left(\frac{8}{8} - \frac{7}{8} \right) \right] \\
&= 2 - \left[\left(\frac{11}{12} - \frac{2}{12} \right) + \frac{3}{10} - \frac{1}{8} \right] \\
&= 2 - \left[\frac{9}{12} + \frac{3}{10} - \frac{1}{8} \right] \\
&= 2 - \left[\frac{3}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{8} \right] \\
&= 2 - \left[\frac{30}{40} + \frac{12}{40} - \frac{5}{40} \right] \\
&= 2 - \left[\frac{42}{40} - \frac{5}{40} \right] \\
&= 2 - \frac{37}{40} \\
&= \frac{80}{40} - \frac{37}{40} \\
&= \frac{43}{40}
\end{aligned}$$

“Ο άνθρωπος μοιάζει με κλάσμα, όπου ο αριθμητής είναι ο πραγματικός εαυτός του και ο παρονομαστής η ιδέα που έχει για τον εαυτό του. Όσο μεγαλύτερος είναι ο παρονομαστής, τόσο μικρότερη είναι η αξία του κλάσματος. Και όσο ο παρονομαστής διογκώνεται προς το άπειρο, τόσο το κλάσμα τείνει προς το μηδέν.”

Λέων Τολστόι