ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ 17 ΜΑΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

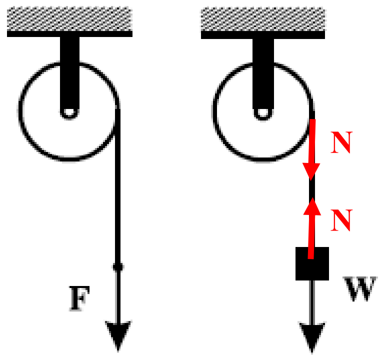
ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. (δ) **Α2.** (γ) **Α3.** (δ) **Α4.** (γ) **Α5.** **α.** Σ **β.** Σ **γ.** Λ **δ.** Λ **ε.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό το (α)



Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το σώμα 1:

$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} \Rightarrow F \cdot R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \frac{F \cdot R}{I}$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το σώμα 2:

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,2} \Rightarrow N \cdot R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,2} \xRightarrow[(1)]{\alpha_{\gamma\omega\nu,1}=\alpha_{\gamma\omega\nu,2}}$$

$$\Rightarrow N \cdot R = I \cdot \frac{F \cdot R}{I} \Rightarrow N = F \ (2)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα μάζας m:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow m \cdot g - N = m \cdot \alpha \xRightarrow{\alpha_2=\alpha_{\gamma\omega\nu,2} \cdot R} m \cdot g - N = m \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,2} \cdot R \Rightarrow$$

$$\xRightarrow{\alpha_{\gamma\omega\nu,1}=\alpha_{\gamma\omega\nu,2}} m \cdot g - N = m \cdot \frac{F \cdot R}{I} \cdot R \Rightarrow N = m \cdot g - m \cdot \frac{F \cdot R^2}{I} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = m\left(g - \frac{F \cdot R^2}{I}\right) \Rightarrow m = \frac{N}{g - -\frac{F \cdot R^2}{I}} \overset{(2)}{\Rightarrow} m = \frac{F}{Ig - F \cdot R^2} \cdot I$$

Β2. Σωστό το (α)

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε το συνδυασμό των δύο ελατηρίων με ένα ελατήριο σταθεράς $K_{I\Sigma}$.

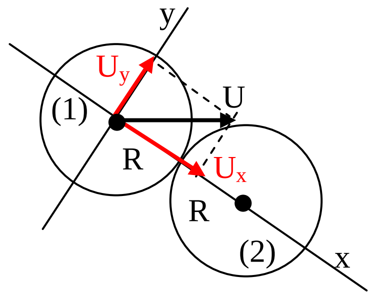
Ισχύει ότι η δύναμη του ελατηρίου που ασκείται στο κάθε ελατήριο είναι ίση κατά μέτρο λόγω δράσης αντίδρασης και επειδή τα ελατήρια είναι αβαρή, οπότε: $F_{\varepsilon\lambda,1} = F_{\varepsilon\lambda,2} = F_{\varepsilon\lambda}$.

Για τις παραμορφώσεις των ελατηρίων ισχύει ότι: $x = x_1 + x_2$, άρα:

$$x = x_1 + x_2 \xrightarrow[x=\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{K}]{F_{\varepsilon\lambda}=Kx} \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{K_{I\Sigma}} = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{K_1} + \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K_{I\Sigma}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \Rightarrow K_{I\Sigma} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

Οπότε θα ισχύει $\Sigma F = -K_{I\Sigma} \cdot x$ με $D = K_{I\Sigma} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$

Β3. <u>Σωστό το (α)</u>



Θα μελετήσουμε την κρούση σε σύστημα δύο αξόνων x'Ox, όπου ο άξονας x'x συμπίπτει με τη διάκεντρο των δύο σφαιρών. Αυτό σημαίνει πως στον άξονα x'x η κρούση θα είναι κεντρική και ελαστική με τη m_2 αρχικά ακίνητη ενώ στον άξονα y'y δεν έχουμε κρούση.

<u>Για τον άξονα x'x:</u>

$$V_{1x} = \frac{m - 3m}{m + 3m} \cdot u_x \Rightarrow V_{1x} = -\frac{u_x}{2} \ (1)$$

<u>Για τον άξονα y'y:</u>

$$V_{1y} = u_y \ (2)$$

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα για τη V_1 έχουμε:

$$V_1 = \sqrt{{V_{1x}}^2 + {V_{1y}}^2} \xrightarrow{(1),(2)} V_1 = \sqrt{\frac{{u_x}^2}{4} + {u_y}^2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{u^2 \cdot (\sigma\upsilon\nu\varphi)^2}{4} + u^2 \cdot (\eta\mu\varphi)^2} \ (3)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει:

$\eta\mu\varphi = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ (4) και για το συνημίτονο ισχύει:

$\eta\mu^2 \varphi + \sigma\upsilon\nu^2 \varphi = 1 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

Αντικαθιστώντας στην (3) τις (4) και (5) έχουμε:

$$V_1 = \sqrt{\frac{u^2 \cdot 3}{4 \cdot 3} + u^2 \cdot \frac{1}{4}} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{7 \cdot u^2}{16}} \Rightarrow V_1 = u \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το πλαίσιο εκτελεί Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση:

Για την 1η φάση:

$$x = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u} \xrightarrow{x=\beta} t_1 = \frac{\beta}{U} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} s \Rightarrow t_1 = 0{,}75 \ sec$$

Για την 2η φάση:

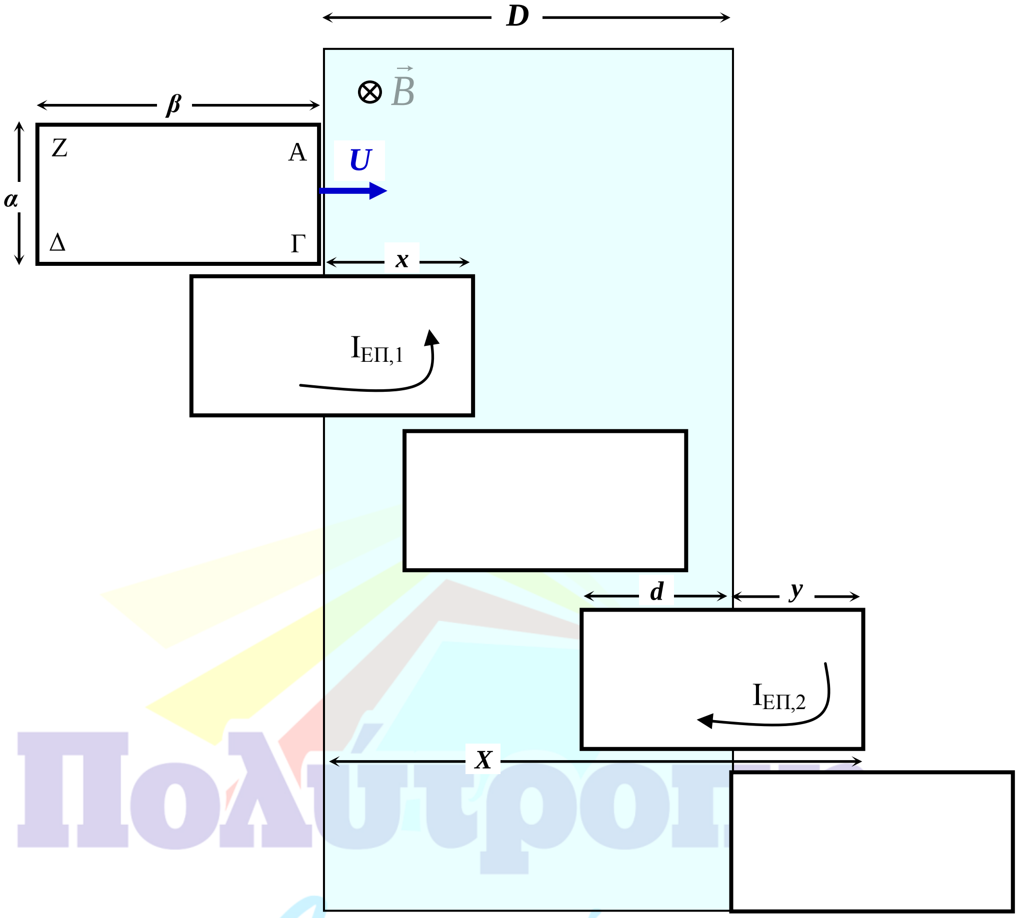
$$x = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u} \xrightarrow{x=D-\beta} \Delta t_2 = \frac{2}{4} s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{5}{4} s \Rightarrow t_2 = 1{,}25 \ sec$$

Για την 3η φάση:

$x = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u} \overset{x=\beta}{\Longrightarrow} \Delta t_3 = \frac{3}{4} s$

$t_3 = t_2 + \Delta t_2 \Rightarrow t_3 = \frac{8}{4} s \Rightarrow t_3 = 2\, sec$



Πιο συγκεντρωτικά, τα χρονικά όρια για την κάθε φάση είναι:

$$\begin{cases} 0 \le t < 0{,}75\ s, & \text{Φάση } 1\eta \\ 0{,}75\ s \le t < 1{,}25\ s, & \text{Φάση } 2\eta \\ 1{,}25\ s \le t < 2\ s, & \text{Φάση } 3\eta \\ t \ge 2\ s, & \text{Φάση } 4\eta \end{cases}$$

Γ2. Το πλαίσιο διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα στην 1η φάση (φάση εισόδου) και στην 3η φάση (φάση εξόδου) διότι μόνο τότε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από αυτό. Κατά την είσοδο η μαγνητική ροή αυξάνεται και λόγω κανόνα Lenz, το πλαίσιο, προσπαθώντας να αντισταθεί στην αιτία που το προκαλεί το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με φορά από το τετράδιο προς τον αναγνώστη. Από κανόνα δεξιού χεριού το ρεύμα θα έχει αντιωρολογιακή φορά.

Κατά τη φάση εξόδου η μαγνητική ροή μειώνεται άρα το πλαίσιο θα διαρρέεται από ρεύμα ωρολογιακής φοράς.

Γ3. $\Phi_1 = B \cdot S_1 \Rightarrow \Phi_1 = B \cdot x \cdot a \xRightarrow{x=ut} \Phi_1 = B \cdot a \cdot U \cdot t \Rightarrow \Phi_1 = 16t\ (SI)$

$\Phi_2 = B \cdot S_{o\lambda} \Rightarrow \Phi_2 = B \cdot a \cdot \beta \Rightarrow \Phi_2 = 12\, Wb$

Υπολογισμός του d:

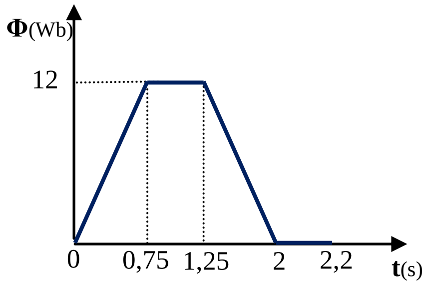
$d = \beta - y \xRightarrow{y=x-D} d = \beta - (x - D) \Rightarrow d = 3 - x + D \Rightarrow d = 8 - ut \Rightarrow d = 8 - 4t$

$\Phi_3 = B \cdot a \cdot d \Rightarrow \Phi_3 = 2 \cdot 2\mathrm{R} = 2(\alpha + \beta)\mathrm{R} = 20\Omega(8 - 4t) \Rightarrow \Phi_3 = 32 - 16t\ (SI)$

$\Phi_4 = 0$

Η συνάρτηση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο σε σχέση με το χρόνο είναι:

$$\Phi(t) = \begin{cases} 16t & 0 \le t < 0{,}75\, s, \\ 12\, Wb & 0{,}75\, s \le t < 1{,}25\, s, \\ 32 - 16t & 1{,}25\, s \le t < 2\, s, \\ 0 & t \ge 2\, s, \end{cases}$$



Γ4. Η αντίσταση του πλαισίου είναι:

$\mathrm{R} = 2 \cdot (\alpha + \beta) \cdot \mathrm{R}^* \Rightarrow \mathrm{R} = 2 \cdot (2 + 3) \cdot 2 \Rightarrow \mathrm{R} = 20\Omega$

Για την ΗΕΔ από επαγωγή, μέσω της κλίσης της γραφικής παράστασης, έχουμε:

$$E_{E\Pi} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{E\Pi} = -\frac{12}{0{,}75} \Rightarrow E_{E\Pi} = -16\, Volt$$

Από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = -\frac{16\, V}{20\, \Omega} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,1} = -0{,}8\, A$

Από το νόμο Joule:

$Q_1 = I^2 \cdot R \cdot \Delta t = (0{,}8)^2 \cdot 20 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow Q_1 = 9{,}6\, Joule$

Κατά τη φάση εξόδου θα έχουμε:

$E_{E\Pi} = +16\, Volt,\ I_{\varepsilon\pi,2} = +0{,}8\, A$ και $Q_2 = 9{,}6\, Joule$

Επομένως, η συνολική θερμότητα που παράχθηκε είναι:

$Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 19{,}2\, Joule$

Γ5. Η δύναμη Laplace η οποία ασκείται στο πλαίσιο κατα τη διάρκεια κάθε φάσης:

1η φάση:

$F_{L,1} = BIl = B \cdot I_{\varepsilon\pi,1} \cdot a \Rightarrow F_{L,1} = 3{,}2N$ με φορά αντίθετη της ταχύτητας u.

3η φάση:

$F_{L,3} = BIl = B \cdot I_{\varepsilon\pi,2} \cdot a \Rightarrow F_{L,1} = 3{,}2N$ με φορά αντίθετη της ταχύτητας u.

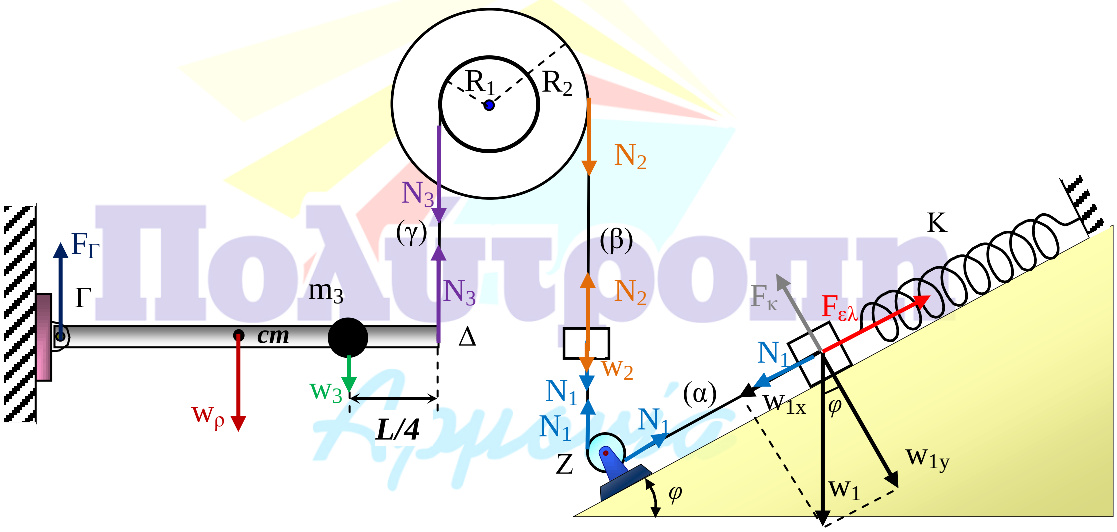
2η και 4η φάση:

Δεν ασκείται δύναμη Laplace, διότι το πλαίσιο δε διαρρέεται από ρεύμα.

Οι δυνάμεις Laplace στις πλευρές ΖΑ και ΓΔ εξουδετερώνονται συνεχώς.

Γ6. Από τον ορισμό της έντασης του ρεύματος:
Κατά την είσοδο:
$i = \frac{q}{t} \Rightarrow q = i \cdot t \xrightarrow{1\eta\ \varphi\acute{\alpha}\sigma\eta} q_1 = I_{\varepsilon\pi,1} \cdot t_1 \Rightarrow q_1 = 0{,}8 \cdot \frac{3}{4}\ C \Rightarrow q_1 = 0{,}6\ C$
Κατά την έξοδο:
$i = \frac{q}{t} \Rightarrow q = i \cdot t \xrightarrow{3\eta\ \varphi\acute{\alpha}\sigma\eta} q_2 = I_{\varepsilon\pi,2} \cdot \Delta t_3 \Rightarrow q_2 = 0{,}8 \cdot \frac{3}{4}\ C \Rightarrow q_2 = 0{,}6\ C$
Συνολικά πέρασε φορτίο $q_{o\lambda}$=1,2 C
Ο αριθμός τον ηλεκτρονίων που πέρασε από το σημείο Δ, από τον τύπο της κβάντωσης του ηλεκτρικού φορτίου:
$N = \frac{q_{o\lambda}}{|e|} \Rightarrow N = \frac{1{,}2\ C}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow N = 0{,}75 \cdot 10^{19}\ \eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho\acute{o}\nu\iota\alpha$

ΘΕΜΑ Δ



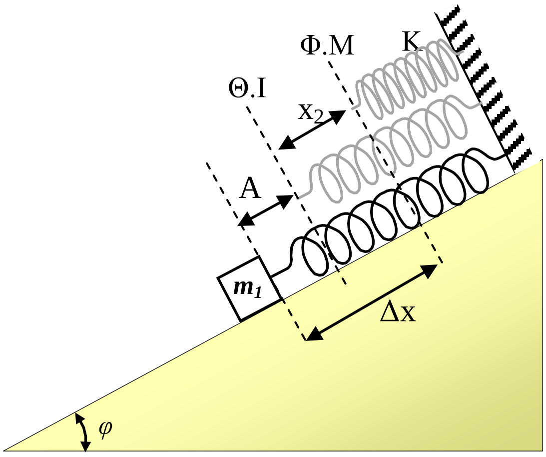
Δ1.1. Το σώμα m_1 ισορροπεί στον άξονα x:
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = N_1 + m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$
$\Rightarrow N_1 = k \cdot \Delta x - m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$
$\Rightarrow N_1 = 200 \cdot 0{,}15 - 2 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \Rightarrow$
$\Rightarrow N_1 = 20N \ \ (1)$

Η ράβδος ισορροπεί στροφικά. Παίρνοντας στροφική ισορροπία ως προς το σημείο Γ:

$$\Sigma\tau^{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow\ N_3 \cdot L = w_3 \cdot \frac{3L}{4} + w \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_3 = 4 \cdot \frac{3}{4} + 6 \cdot \frac{10}{2} \Rightarrow\ N_3 = 60N$$

Για την τροχαλία έχουμε:
$\Sigma\tau^{(cm)} = 0 \Rightarrow\ N_2 \cdot R_2 = N_3 \cdot R_1 \Rightarrow N_2 = 20N$
Το σώμα m_2 ισορροπεί στον άξονα y:
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_2 = N_1 + m_2 \cdot g \Rightarrow m_2 = \frac{30-20}{10} \Rightarrow m_2 = 1\,Kg$



Δ2.1. Για τη Θέση Ισορροπίας (Θ.Ι.) του συστήματος (m_1,Κ) έχουμε:
$\Sigma F = 0 \Rightarrow\ m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi =\ K \cdot x_2\ \Rightarrow\ x_2 = 0{,}05m$

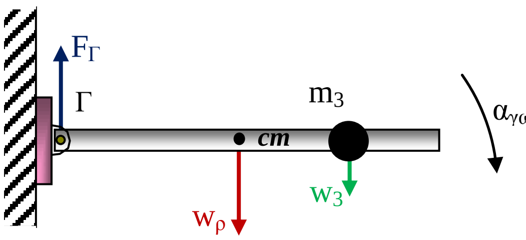
Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε ότι:
$A = \Delta x - x_2 \Rightarrow A = 0{,}15 - 0{,}05 \Rightarrow A = 0{,}1m$

$$\frac{K}{E} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mU^2}{\frac{1}{2}DA^2} = \frac{1}{4} \xRightarrow{A\Delta ET} \frac{\frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}Dx^2}{\frac{1}{2}DA^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4A^2 - 4x^2 = A^2 \Rightarrow x = \pm A\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \pm 0{,}05\sqrt{3}m$$

Δ2.2. Στην επάνω ακραία θέση, η παραμόρφωση του ελατηρίου από τη γεωμετρία του σχήματος θα είναι:
$\Delta l = 0{,}1m\ -\ 0{,}05m \Rightarrow \Delta l = 0{,}05m$

Η απομάκρυνση από τη Θ.Ι. είναι:
$x = 0{,}1m = A$

Ο ζητούμενος λόγος θα είναι:
$\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi}} = \frac{K \cdot \Delta l}{K \cdot x} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = \frac{1}{2}$



Δ3. Για το σύστημα ράβδου-m_3 έχουμε:
$\Sigma\tau^{(\Gamma)} = I_{o\lambda}{}^{(\Gamma)} \cdot a_{\gamma\omega\nu}$ (1)
Για τον υπολογισμό της συνολικής ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει η ράβδος:

$$I_{o\lambda}{}^{(\Gamma)} = I_{\rho\dot{\alpha}\beta\delta o\upsilon}{}^{(\Gamma)} + m_3 \cdot (\frac{3L}{4})^2 \Rightarrow I_{o\lambda}{}^{(\Gamma)} = \frac{ML^2}{3} + m_3 \cdot \frac{9L^2}{16} \Rightarrow I_{o\lambda}{}^{(\Gamma)} = \frac{17L^2}{4}\ (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (1) τη (2) έχουμε:

$$M \cdot g \cdot \frac{L}{2} + m_3 \cdot g \cdot \frac{3L}{4} = \frac{17L^2}{4} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 6 \cdot \frac{10}{2} + 4 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} = \frac{17L}{4} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{240}{17 \cdot L} \ (3)$$

Για την περιστροφική κίνηση ΜΟΝΟ του σώματος m_3 έχουμε:

$$\Sigma\tau^{(\Gamma)} = I_{m3}{}^{(\Gamma)} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \Sigma\tau^{(\Gamma)} = m_3 \cdot (\frac{3L}{4})^2 \cdot \frac{240}{17 \cdot L} \xRightarrow{L=\frac{17}{15}m} \Sigma\tau^{(\Gamma)} = 36\, N \cdot m$$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος m_3 ως προς το σημείο Γ θα είναι:

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \Rightarrow \frac{dL_{m3}{}^{(\Gamma)}}{dt} = 36\, kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$