

ΠΟΛΥΤΡΟΠΗ ΑΡΜΟΝΙΑ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ: 9 ΜΑΪΟΥ 2025
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)
ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. (γ) **A2.** (γ) **A3.** (δ) **A4.** (γ) **A5.** α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το (γ)

Σύμφωνα με το νόμο του Wien το μήκος κύματος και η απόλυτη θερμοκρασία ενός μέλανος σώματος είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα:

$$\lambda T = \text{σταθ}$$

Αν αυξηθεί η απόλυτη θερμοκρασία κατά 25% τότε:

$$T' = T + \frac{25}{100}T \Leftrightarrow T' = \frac{125}{100}T$$

Ο νόμος του Wien θα συνεχίζει να ισχύει οπότε:

$\lambda' T' = \text{σταθ}$ άρα και

$$\lambda' T' = \lambda T \Leftrightarrow \lambda' \cdot \frac{125}{100}T = \lambda T \Leftrightarrow \frac{125}{100}\lambda' = \lambda \Leftrightarrow \lambda' = \frac{100}{125}\lambda = \frac{125 - 25}{125}\lambda = \lambda - \frac{25}{125}\lambda \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \lambda' = \lambda - \frac{20}{100}\lambda$$

Το μήκος κύματος θα πρέπει να μειωθεί κατά 20%.

B2. Σωστό το (γ)

Ο κύλινδρος ισορροπεί, άρα

Από τη στρωφική ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma \tau_{cm} = 0 \Rightarrow T_S \cdot R = N \cdot R \Rightarrow T_S = N \quad (1)$$

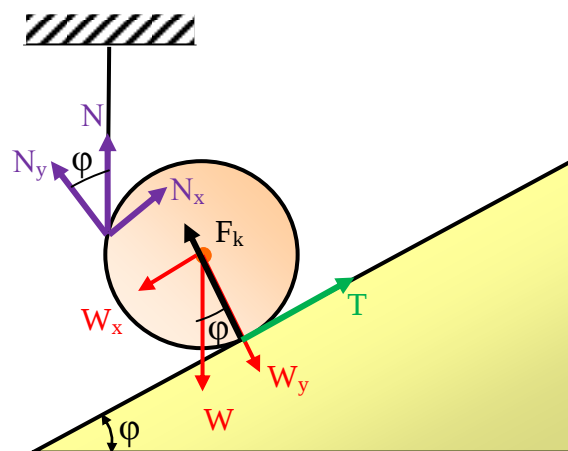
Από τη μεταφορική ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_S + N_x = w_y \Rightarrow T_S + N \cdot \eta \mu \varphi =$$

$$w \cdot \eta \mu \varphi \quad (1)$$

$$\Rightarrow T_S + T_S \cdot \eta \mu \varphi = w \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow T_S \cdot (1 + \eta \mu \varphi) =$$

$$w \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow \frac{T_S}{w} = \frac{\eta \mu \varphi}{1 + \eta \mu \varphi}$$



B3.

B3.1. Σωστό το (α)

Για την ιδιοπερίοδο γνωρίζουμε $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$

Για τον ταλαντωτή Α θα ισχύει: $T_A = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$ (1) ενώ για το δεύτερο ταλαντωτή

θα ισχύει: $T_B = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{2K}} \Rightarrow T_B = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T_B = \frac{T_A}{2} \Rightarrow \frac{1}{f_B} = \frac{\frac{1}{f_A}}{2} \Rightarrow f_B = 2f_A$ (2)

Επειδή ο ταλαντωτής Β έχει μεγαλύτερη συχνότητα από τον ταλαντωτή Α, πρώτος αποκτά μέγιστο πλάτος (δηλαδή έρχεται σε συντονισμό) ο ταλαντωτής Α.

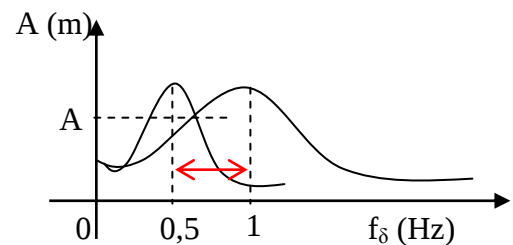
B3.2. Σωστό το (β)

Από την περίοδο ελεύθερων ταλαντώσεων του ταλαντωτή Α, υπολογίζουμε τη συχνότητα του,

$$f_A = \frac{1}{T_A} \Rightarrow f_A = 0,5 \text{ Hz}$$

Από τη σχέση (2), για τον ταλαντωτή Β, $f_B = 1 \text{ Hz}$

Από το κοινό διάγραμμα πλάτους - συχνότητας διεγέρτη, φαίνεται πως οι δύο ταλαντωτές θα έχουν κοινό πλάτος για τιμές συχνότητας μεταξύ 0,5 Hz και 1 Hz.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο $x=0$ (το οποίο είναι κοιλία) είναι 0,1m. Οπότε για το πλάτος των κοιλιών ισχύει:

$$2A' = 0,1 \text{ m} \Rightarrow A' = 0,05 \text{ m}$$

Οι κοιλίες έχουν διπλάσιο πλάτος από το πλάτος κάθε τρέχοντος κύματος, οπότε:

$$A = \frac{A'}{2} \Rightarrow A = 0,025 \text{ m}$$

Για τον υπολογισμό της περιόδου T:

Το σημείο $x=0$ διέρχεται 2 φορές από τη Θέση Ισορροπίας σε μία περίοδο. Σε χρόνο 1 sec διέρχεται 10 φορές από τη Θέση Ισορροπίας. Αναλογικά προκύπτει ότι ο χρόνος της μίας περιόδου είναι:

$$T = 0,2 \text{ sec (και η συχνότητα } f=5\text{Hz)}$$

Γ2. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της πλησιέστερης κοιλίας είναι $\lambda/4$,

$$\text{άρα: } \frac{\lambda}{4} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

Αφού το κύμα έχει 5 κοιλίες, από τη γεωμετρία του σχήματος θα έχουμε:

$$L = 4 \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = 0,9 \text{ m}$$

Γ3. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος θα είναι:

$$y = 2A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right) \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} \right) \Rightarrow y = 0,05 \sin 2\pi \left(\frac{x}{0,4} \right) \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow y = 0,05 \sin(5\pi x) \cdot \eta \mu 10\pi t \text{ (S.I.) (1)}$$

Γ4. Το σημείο $x=0$ είναι κοιλία και εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση με πλάτος $A' = 0,05\text{m}$.

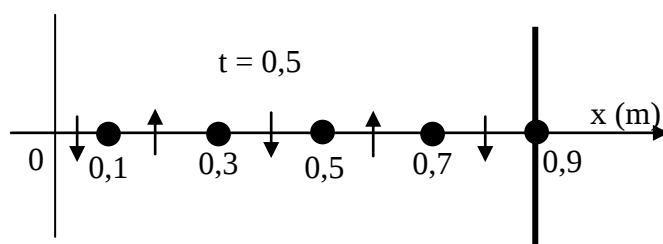
Επομένως, από Αρχή Διατήρησης Ενέργειας στην Ταλάντωση (ΑΔΕΤ) ισχύει:

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot y^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = m \cdot \omega^2 \cdot y^2 + m \cdot u^2 \Rightarrow u = \pm \sqrt{A^2 - y^2} \\ \Rightarrow |u| = \frac{2\pi}{0,2} \sqrt{0,05^2 - 0,03^2} \Rightarrow |u| = 0,4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Γ5. Η πρώτη κοιλία για $t=0,5 \text{ sec}$ θα έχει: $y = 0,05 \sin 5\pi x \cdot \eta \mu 10\pi \cdot 0,5 \Rightarrow y = 0$.

Η ταχύτητα του σημείου θα είναι αρνητική, $u < 0$ (επειδή $\sin 5\pi < 0$)

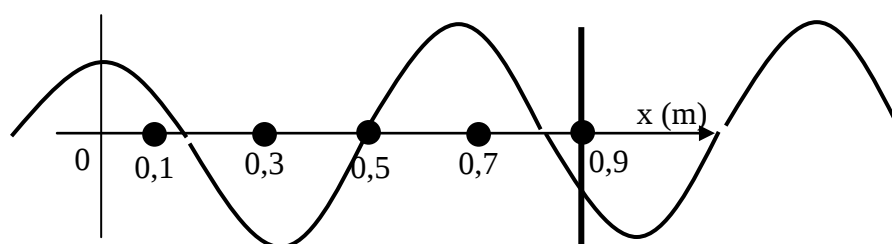
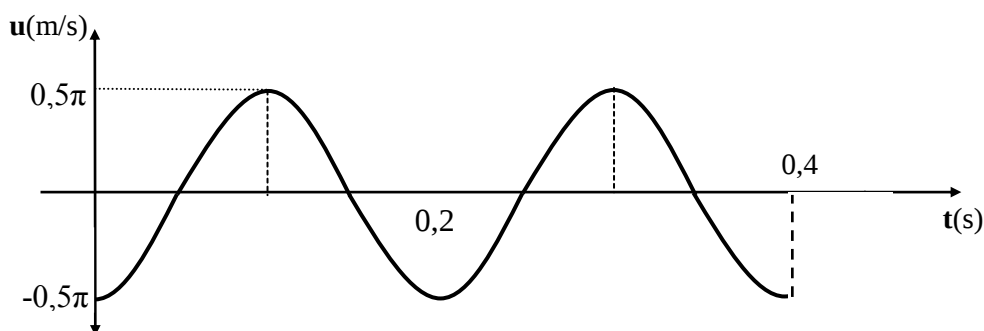
Το στιγμιότυπο του κύματος θα είναι:



Γ6. (1) $\xrightarrow{x=0,6\text{m}} y = 0,05 \sin(5\pi \cdot 0,6) \cdot \eta \mu 10\pi t \Rightarrow y = -0,05 \cdot \eta \mu 10\pi t \text{ (S.I.)}$

Για την εξίσωση της ταχύτητας του σημείου θα έχουμε:

$$u = -0,05 \cdot 10\pi \cdot \cos 10\pi t \Rightarrow u = -0,5\pi \cdot \cos 10\pi t \text{ (S.I.)}$$



ΘΕΜΑ Α

Α1. Για να ισορροπεί ο αγωγός, θα πρέπει η αρχική δύναμη Laplace να έχει φορά προς τα επάνω, αντίθετη με την κατεύθυνση του βάρους. Επομένως κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, πρέπει να είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών Ay_1 και Γy_2 με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

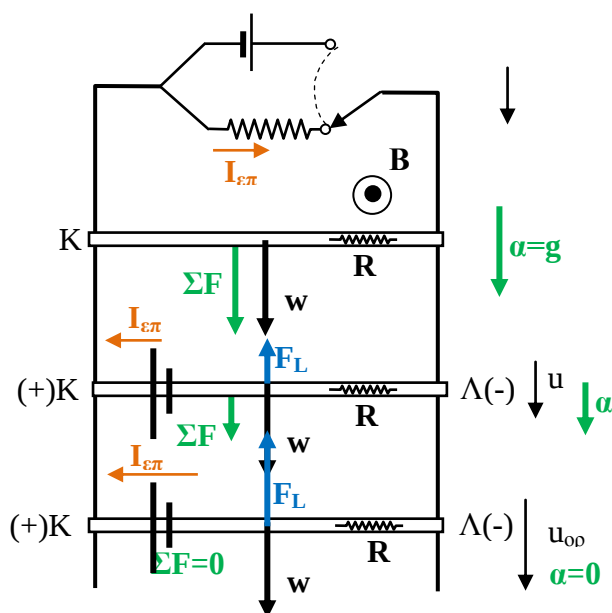
Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, από τον τύπο που δίνει το μέτρο της δύναμης Laplace:

$$F_L = BIL$$

Ο αγωγός ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w = F_L \Rightarrow mg = BIL \xrightarrow{I=\frac{E}{R}} mg = \frac{BEL}{R} \Rightarrow B = \frac{mgR}{BL} = \frac{0,3 \cdot 10 \cdot 0,6}{3 \cdot 0,5} \Rightarrow B = 2T$$

Α2. Όταν ο μεταγωγός πηγαίνει στη θέση Η, το ρεύμα που δημιουργείται από την πηγή ΗΕΔ Ε σταματάει να διαρρέει τον αγωγό οπότε και η δύναμη Laplace παύει να του ασκείται. Έτσι, υπό την επίδραση μόνο του βάρους του w , ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κατέρχεται. Λόγω κανόνα Faraday, αναπτύσσεται ΗΕΔ λόγω επαγωγής στα άκρα του αγωγού ΚΛ. Η πολικότητα της ΗΕΔ καθορίζεται από τον κανόνα του Lenz και φαίνεται στο δίπλα σχήμα. Για το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή από τον κανόνα του Faraday ισχύει:



$$E_{EΠ} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[N=1]{\text{το } (-) \text{ ποιοτικό}} E_{EΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi=B \cdot S} E_{EΠ} = B \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow E_{EΠ} = B \cdot u \cdot L \quad (1)$$

Για την ένταση του ρεύματος από επαγωγή $I_{EΠ}$ από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_{EΠ} = \frac{B \cdot u \cdot l}{R_{ολ}} \xrightarrow{(1)} I_{EΠ} = \frac{B \cdot u \cdot L}{R + R_1} \quad (2)$$

Λόγω του ρεύματος επαγωγής $I_{\varepsilon\pi}$, αναπτύσσεται στον αγωγό δύναμη Laplace της οποίας η κατεύθυνση δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της δύναμης Laplace υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_L = B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot L \stackrel{(2)}{\Rightarrow} F_L = B \cdot \frac{B \cdot u \cdot L}{R + R_1} \cdot L \Rightarrow F_L = \frac{B^2 \cdot L^2}{R + R_1} \cdot u \quad (3)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται πως η τιμή της δύναμης Laplace είναι ανάλογη με την ταχύτητα του αγωγού, δηλαδή όσο μεγαλώνει η ταχύτητα τόσο θα μεγαλώνει και το μέτρο της δύναμης Laplace.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow w - F_L = ma \stackrel{(3)}{\Rightarrow} mg - \frac{B^2 \cdot L^2}{R + R_1} \cdot u = ma \Rightarrow a = g - \frac{B^2 \cdot L^2}{m \cdot (R + R_1)} \cdot u \quad (4)$$

Αρχικά ο αγωγός είναι ακίνητος ($u=0$) οπότε η επιτάχυνση του αγωγού είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

Καθώς ο αγωγός επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται και σύμφωνα με την σχέση (4) το μέτρο της επιτάχυνσής του μειώνεται.

Επομένως η κίνηση που εκτελεί ο αγωγός είναι Ευθύγραμμη Μη Ομαλά Επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται μέχρι να γίνει $a=0$ και ο αγωγός να αποκτήσει οριακή ταχύτητα u_{op} .

Για τον υπολογισμό της οριακής ταχύτητας:

$$\begin{aligned} \stackrel{(4), \text{ όταν } a=0, \text{ τότε } u=u_{op}}{\longrightarrow} 0 &= g - \frac{B^2 \cdot L^2}{m \cdot (R + R_1)} \cdot u_{op} \Rightarrow u_{op} = \frac{m \cdot g \cdot (R + R_1)}{B^2 \cdot L^2} \\ &= \frac{0,3 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4)}{2^2 \cdot 0,5^2} \Rightarrow u_{op} = 3 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Δ3. $u = u_{op}/2 = 1,5 \text{ m/s}$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} \Big|_{u=\frac{u_{op}}{2}} &\stackrel{\Theta_{MKE}}{\longrightarrow} \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{d(\Sigma F \cdot x)}{dt} = \Sigma F \cdot \frac{dx}{dt} = \Sigma F \cdot u = (mg - F_L) \cdot \frac{u_{op}}{2} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{dt} \Big|_{u=\frac{u_{op}}{2}} = \left(mg - \frac{B^2 \cdot L^2}{R + R_1} \cdot \frac{u_{op}}{2} \right) \cdot \frac{u_{op}}{2} = +2,25 \frac{J}{s} \end{aligned}$$

Δ4. Από το νόμο του Neumann:

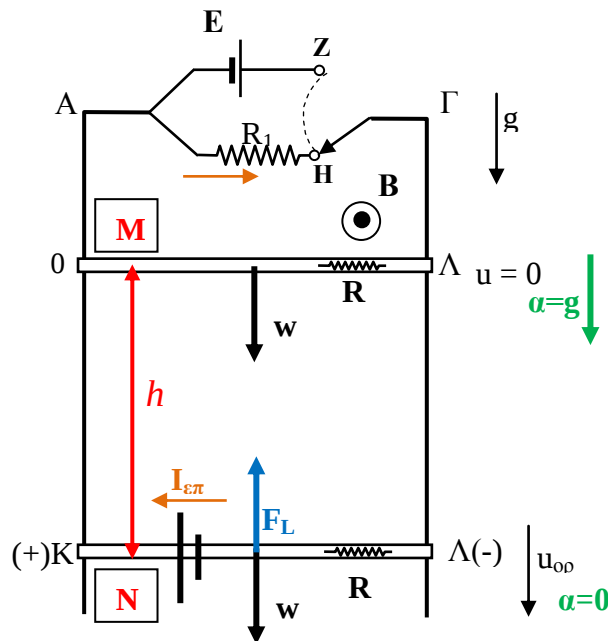
$$q = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{R_{o\lambda}} \stackrel{N=1}{\Rightarrow} q = \frac{\Delta(BA)}{R_{o\lambda}} = B \cdot \frac{\Delta(L \cdot h)}{R_{o\lambda}} = BL \cdot \frac{\Delta h}{R_{o\lambda}} \stackrel{\Delta h=h-0}{\longrightarrow} h = \frac{q \cdot R_{o\lambda}}{B \cdot L} = \frac{3,6 \cdot 1}{2 \cdot 0,5} \Rightarrow h = 3,6m$$

$$\Delta E_{\Delta YN}^{M \rightarrow N} = E_{\Delta YN}^N - E_{\Delta YN}^M = 0 - mgh = -0,3 \cdot 10 \cdot 3,6 J \Rightarrow \Delta E_{\Delta YN}^{M \rightarrow N} = -10,8J$$

Δ5. Η θερμότητα που εκλύει ο κάθε αντιστάτης (Q_{R1} και Q_R) δεν μπορεί να υπολογιστεί από το νόμο του Joule ($Q = I^2 R \Delta t$) γιατί η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή.

Η θερμότητα $Q_{ολ}$ που εκλύεται από το κύκλωμα είναι ίση κατά απόλυτη τιμή με το έργο που παράγει η δύναμη Laplace κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ($Q_{ολ} = W_{FL}$).

Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης Laplace, εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας από το αρχικό σημείο M όπου ο αγωγός είναι ακίνητος μέχρι το σημείο όπου αποκτά την οριακή του ταχύτητα (σημείο N) έχουμε:



ΘΜΚΕ

$$\Delta K = W_{ολ} \Leftrightarrow$$

M → N

$$\Leftrightarrow K_N - K_M = W_w + W_{FL} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_{op}^2 = -\Delta E_{\Delta YN}^{M \rightarrow N} + W_{FL} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 3^2 = -(-10,8J) + W_{FL} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_{FL} = 1,35J - 10,8J \Leftrightarrow W_{FL} = -9,45J$$

Επομένως η συνολική θερμότητα που εκλύεται (και από τον αντιστάτη R_1 και από τον αγωγό ΚΛ ο οποίος έχει αντίσταση R) είναι **$Q_{ολ} = 9,45J$**

Οι αντιστάτες R και R_1 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Διαρρέονται, δηλαδή, κάθε χρονική στιγμή από ρεύμα ίδιας έντασης. Επομένως η θερμότητα που εκλύεται από τον κάθε ένα αντιστάτη, θα είναι ανάλογη της αντίστασης του.

$$Q_R = \sum I^2 \cdot \Delta t \cdot R$$

$$Q_{R1} = \sum I^2 \cdot \Delta t \cdot R_1$$

Η συνολική αντίσταση $R_{ολ} = 1\Omega$ παράγει θερμότητα $9,45J$

Η αντίσταση του αγωγού ΚΛ $R = 0,6\Omega$ παράγει θερμότητα $Q_R = 5,67J$

(Η αντίσταση του αγωγού ΚΛ αποτελεί το 60% της συνολικής αντίστασης. Οπότε θα παράγει και το 60% της συνολικής θερμότητας)

Οπότε η θερμότητα που παράγει ο R_1 θα είναι:

$$Q_{R1} = Q_{ολ} - Q_R = 9,45J - 5,67J \Rightarrow Q_{R1} = 3,78J$$

