

Διαγώνισμα στα μαθηματικά Β' Γυμνασίου

(συναρτήσεις & τριγωνομετρία)

ΘΕΜΑ 1°

- i. Πώς ορίζεται το ημίτονο μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου; (μονάδες 2)
- ii. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές AB και AG. Να διαπιστώσετε ότι για τη γωνία B ισχύει η παρακάτω σχέση: $(\eta\mu B)^2 + (\sigma\upsilon\nu B)^2 = 1$
(μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2°

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες αιτιολογώντας την απάντησή σας:

- i. Το συμμετρικό σημείο του $(-5, -3)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το $(5, -3)$.
- ii. Το σημείο $A(\kappa-3, \kappa+2)$ για κ έναν αριθμό, τέτοιο ώστε $-2 < \kappa < 3$, ανήκει στο 2° τεταρτημόριο.
- iii. Το σημείο $A(-2, 5)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της ευθείας $y = -2 \cdot x + 5$.
- iv. Η κλίση της ευθείας με τύπο $2 \cdot x + y = 0$ είναι το 2.
- v. Η γραφική παράσταση μιας ευθείας διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3°

A. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ_2) που είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ_1): $y = -2 \cdot x$ και διέρχεται από το σημείο A $(-2, 1)$. Να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ, στα οποία η ευθεία (ϵ_2) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα. Στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση και των δύο ευθειών.

(μονάδες 3)

B. Να βρεθούν αλγεβρικά οι συντεταγμένες του σημείου K, στο οποίο τέμνονται οι ευθείες με τύπους εξισώσεων: (ϵ): $y = 2 \cdot x + 5$ και (ϵ'): $y = -x + 2$.

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4°

Να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG = 10\text{cm}$ και $\widehat{BAG} = 120^\circ$.

Να υπολογίσετε:

- i. Το ύψος AD του τριγώνου ABΓ.
- ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

(μονάδες 5)

Διαγώνισμα στα μαθηματικά Β' Γυμνασίου

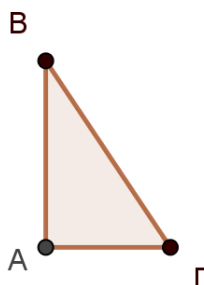
Ενδεικτικές λύσεις...

ΘΕΜΑ 1^ο

- i. Το ημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα του τριγώνου. (μονάδες 2)
- ii. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές AB και AG. Να διαπιστώσετε ότι για τη γωνία B ισχύει η παρακάτω σχέση: $(\eta\mu B)^2 + (\sigma\upsilon\nu B)^2 = 1$ (μονάδες 3)

$$\begin{aligned} \eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B &= 1 \\ \left(\frac{AG}{BG}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BG}\right)^2 &= 1 \\ \frac{AG^2 + AB^2}{BG^2} &= 1 \\ \frac{BG^2}{BG^2} &= 1 \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Από το Π.Θ. $AG^2 + AB^2 = BG^2$



ΘΕΜΑ 2^ο

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες αιτιολογώντας την απάντησή σας:

- i. Λάθος. Πρέπει να έχουν το ίδιο x, αντίθετο y.
- ii. Σωστό, αφού για τις τιμές $-2 < \kappa < 3$ το σημείο $A(\kappa-3, \kappa+2)$ έχει αρνητικό x και θετικό y.
- iii. Λάθος, διότι οι συντεταγμένες του σημείου A $(-2, 5)$ δεν επαληθεύουν τον τύπο της εξίσωσης της ευθείας $y = -2 \cdot x + 5$.
- iv. Λάθος, αν λύσουμε τον τύπο ως προς y, η κλίση της ευθείας είναι το -2 .
- v. Λάθος, υπάρχει κι η μορφή $y = ax + b$, με b όχι μηδέν, που δε διέρχεται από το $(0,0)$.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ_2) που είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ_1): $y = -2 \cdot x$ και διέρχεται από το σημείο A $(-2, 1)$.

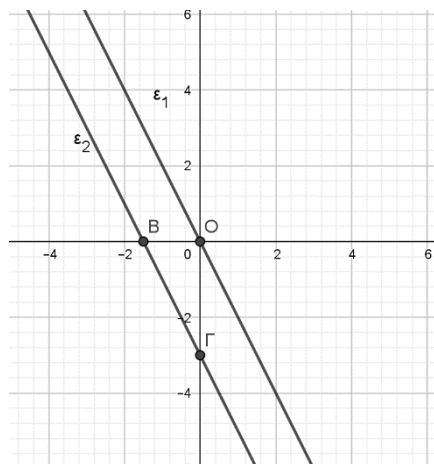
(ϵ_2): $y = -2 \cdot x + \beta$, ώστε να έχουν την ίδια κλίση, άρα παράλληλες. Για να βρούμε το β της (ϵ_2) αντικαθιστούμε τις συντεταγμένες του σημείου A $(-2, 1)$ στον τύπο της και βρίσκουμε $\beta = -3$.

Άρα (ϵ_2): $y = -2 \cdot x - 3$.

Να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ, στα οποία η ευθεία (ϵ_2) τέμνει τους άξονες x και y αντίστοιχα. Στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση και των δύο ευθειών.

Β(-1,5, 0) και Γ(0, -3)

(μονάδες 3)



Β.

Να βρεθούν αλγεβρικά οι συντεταγμένες του σημείου Κ, στο οποίο τέμνονται οι ευθείες με τύπους εξισώσεων: (ϵ): $y = 2 \cdot x + 5$ και (ϵ'): $y = -x + 2$.

Στο σημείο τομής τους θα έχουν ακριβώς τις ίδιες συντεταγμένες, άρα το y της (ϵ) θα είναι το ίδιο με το y της (ϵ') στο σημείο Κ(x,y).

Άρα:

$$y = y$$

$$2x + 5 = -x + 2$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

βρίσκουμε: $y = 3$.

Άρα: Κ(-1, 3)

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4°

Να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG = 10\text{cm}$ και $\widehat{BAG} = 120^\circ$.

Να υπολογίσετε:

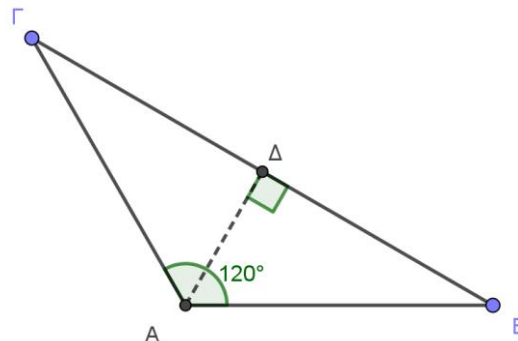
- i. Το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.

Αφού είναι ισοσκελές, η γωνία Β του τριγώνου είναι ίση με 30 μοίρες. Άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{A\Delta}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{A\Delta}{10}$$

$$A\Delta = 5\text{cm}$$



- ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

$$(ABG) = \frac{BG \cdot A\Delta}{2} \text{ (ας βρούμε το BG)}$$

$$\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{B\Delta}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{B\Delta}{10}$$

$$B\Delta = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\text{cm}$$

$$BG = 2 \cdot B\Delta = 10\sqrt{3}\text{cm}$$

άρα

$$(ABG) = \frac{BG \cdot A\Delta}{2} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 5}{2} \text{cm}^2 = 25 \cdot \sqrt{3}\text{cm}^2.$$

(μονάδες 5)